ART
Grup Editorial

Tehnoredactare:
Vasile Ardeleanu, Cristian Vlad, Florin Măceșanu

Copertă:
Alexandru Daș

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
MĂCEȘANU, FLORIN
Probleme de fizică pentru clasele VII-VIII /
Florin Măceșanu. - București : Art, 2014
ISBN 978-606-710-010-5

53(075.33)(076)

CNI CORESI
Tipărit la C.N.I. „CORESI" S.A.

smartlearningforall → site

CAPITOLUL 1
Mecanică

1. Forța – mărime vectorială
2. Echilibru mecanic
3. Lucru mecanic. Energie mecanică
4. Mecanica fluidelor

Florin MĂCEȘANU

Probleme de fizică
pentru clasele VII–VIII
soluții complete

ART
Grup Editorial

CAPITOLUL 1

Mecanică

I. ENUNȚURI

1. Forța – mărime vectorială

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Identifică în lista următoare mărimile fizice scalare: lungimea, densitatea, viteza, masa, temperatura, forța, volumul, greutatea, timpul.

1.2. Pe baza căruia dintre efectele interacțiunii funcționează dinamometrul?

1.3. Lovești cu tacul o bilă de biliard. Precizează care sunt corpurile ce interacționează și efectul interacțiunii.

1.4. În timpul antrenamentului, un acrobat cade pe plasa de protecție întinsă sub cupola circului. Precizează corpurile care interacționează și efectele interacțiunii.

1.5. Împingi o carte cu o forță constantă $F = 0,6\,\text{N}$, pe o suprafață orizontală. Reprezintă la scară această forță.

1.6. Un convoi de barje este tras de două șlepuri pe două direcții de mișcare ce formează un unghi $\alpha = 60°$. Reprezintă la scară forțele concurente de valori $F_1 = 600\,\text{kN}$ și $F_2 = 400\,\text{kN}$, exercitate de cele două șlepuri asupra convoiului de barje.

1.7. Mergi la plimbare cu doi câini de talie mică, pe care-i ții de lesă cu o singură mână. Unghiul dintre lesele câinilor este de 30°. Considerând modulele forțelor egale, ce valoare are unghiul dintre direcția rezultantei și direcția uneia dintre lese? (Presupune că ambii câini merg înaintea ta.)

1.8. Pentru transportul unui colet, doi copii trebuie să acționeze cu forțele $F_1 = 30\,\text{N}$ și, respectiv, $F_2 = 40\,\text{N}$. Știind că unghiul dintre direcțiile forțelor este $\alpha = 90°$, reprezintă la scară rezultanta forțelor. Cum se modifică valoarea rezultantei dacă unghiul dintre direcțiile forțelor scade? Dar dacă crește?

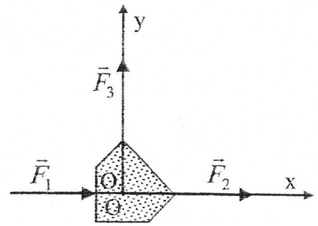
1.9. O garnitură de tren este acționată de două locomotive, una care trage și alta care împinge. Rezultanta forțelor este $F = 550\,\text{KN}$, iar locomotiva care trage exercită forța $F_1 = 300\,\text{KN}$. Reprezintă la scară forțele și calculează forța exercitată de locomotiva care împinge garnitura.

1.10. Este posibil ca valoarea rezultantei a două forțe concurente să fie:
a) mai mică decât valoarea oricăreia dintre forțele ce se compun?
b) nulă?
Exemplifică.

1.11. Adi și Dani acționează simultan asupra unei săniuțe cu forțele de module $F_1 = 25\,\text{N}$ și, respectiv, $F_2 = 30\,\text{N}$. Care este valoarea minimă, respectiv maximă a rezultantei forțelor?

1.12. Cum se pot compune prin regula paralelogramului trei sau mai multe forțe concurente? Exemplifică.

1.13. Trei copii acționează în plan orizontal asupra unei lespezi cu forțele de valori $F_1 = 150\,\text{N}$, $F_2 = 250\,\text{N}$ și, respectiv, $F_3 = 300\,\text{N}$, ca în figura alăturată. Determină valoarea rezultantei forțelor ce acționează asupra lespezii.



1.14. Un elastic cu lungimea $\ell_0 = 50\,\text{cm}$ își dublează lungimea când suspendăm de el o pungută în care se află două mere. Cunoscând greutatea pungutei cu mere $G = 1,5\,\text{N}$, determină constanta de elasticitate a elasticului.

1.15. Lore a suspendat un penar de un resort de constantă elastică $k = 20\frac{\text{N}}{\text{m}}$. Dacă alungirea resortului este $\Delta\ell = 10\,\text{cm}$, calculează masa penarului.

1.16. Trăgând de un penar cu un dinamometru, se acționează paralel cu suprafața băncii cu o forță $F = 1,2\,\text{N}$. Dacă mișcarea penarului este uniformă, reprezintă forțele ce acționează asupra lui și calculează valoarea forței de frecare la alunecare dintre bancă și penar.

1.17. Calculează greutatea unui top de hârtie pe care găsești inscripțiile: A4, 210 mm x 297 mm; 80 g/m^2; 500 coli.

1.18. Vali este în repaus pe peronul unei gări, cu un rucsac de masă $m_0 = 8\,kg$ în spate. Știind că masa lui este $m_1 = 42\,kg$, calculează forța pe care o exercită Vali asupra solului.

1.19. Un zugrav se află pe o scară rezemată de un perete. Reprezintă forțele ce acționează asupra scării.

1.20. Un băiat stă așezat pe o minge de fitness (vezi figura). Reprezintă forțele ce se exercită asupra mingii și, respectiv, asupra băiatului.



B. Probleme de nivel mediu

1.1. Exprimă unitatea de măsură pentru forță folosind doar unități fundamentale din S.I.

1.2. O barcă este trasă de o șalupă cu o forță $F = 800\,N$. Forța exercitată de apă asupra bărcii pe direcția mișcării este $F_a = 700\,N$. Reprezintă forțele ce acționează asupra bărcii pe direcția mișcării și calculează rezultanta lor.

1.3. O sanie este trasă de 8 câini husky, înhămați doi câte doi. Considerând că fiecare câine trage sania cu o forță $F = 25\,N$, calculează rezultanta forțelor exercitate de câini.

1.4. Valoarea minimă a rezultantei a două forțe concurente este de 2 N, iar valoarea maximă este de 14 N. Calculează valorile celor două forțe, reprezintă forțele când unghiul dintre direcțiile lor este de 30° și compune forțele.

1.5. Trei forțe concurente de module egale $F_1 = F_2 = F_3 = 7\,N$ acționează asupra unui tablou. Știind că unghiul dintre direcțiile a oricare două forțe este $\alpha = 120°$, determină valoarea rezultantei forțelor.

1.6. Rezultanta a trei forțe concurente, coliniare este nulă. Știind că două dintre forțe au modulele $F_1 = 4\,N$, respectiv $F_2 = 6\,N$, calculează valoarea pe care poate să o aibă cea de-a treia forță.

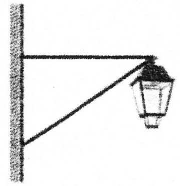
1.7. Valoarea rezultantei a două forțe concurente este de 10 N, iar unghiul dintre direcțiile lor este de 120°. Dacă valoarea uneia dintre forțe este de 10 N, care este valoarea celei de-a doua?

1.8. Valoarea rezultantei a două forțe concurente este de 15 N, iar unghiul dintre direcțiile lor este de 90°. Dacă valoarea uneia dintre forțe este de 12 N, care este valoarea celei de-a doua?

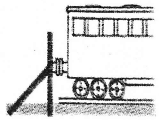
1.9. La mijlocul unui cablu din oțel este suspendată o lampă de iluminat ca în figura alăturată. Reprezintă cu ajutorul vectorilor forțele exercitate de lampa de iluminat asupra cablului.



1.10. O lampă de iluminat este montată pe zidul unei clădiri ca în figura alăturată. Reprezintă cu ajutorul vectorilor forțele exercitate de corpul de iluminat asupra sistemului de prindere (cele două bare).



1.11. Pe o linie secundară, pentru gararea (parcarea) trenurilor, sunt montați la capătul liniei un stâlp și un reazem pentru oprirea vagonului. Reprezintă cu ajutorul vectorilor forțele exercitate de vagon asupra stâlpului și a reazemului.



1.12. Reprezintă forțele de frecare dintre roțile unei biciclete și sol.



1.13. La ora de fizică, Tania măsoară alungirea unui resort în funcție de forța deformatoare. Rezultatele obținute de ea sunt date în tabelul următor:

F (N)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\Delta\ell$ (cm)	1,2	2,5	3,8	5	6,2	7,5	8,8	10

Reprezintă grafic alungirea în funcție de forța deformatoare și determină din graficul obținut valoarea constantei elastice a resortului folosit de Tania.

1.14. Pentru a mișca pe orizontală, uniform, un cub de masă $m = 600\,g$, trebuie să acționăm asupra lui cu o forță $F = 2{,}4\,N$. Calculează coeficientul de frecare la alunecare dintre cub și suprafața orizontală.

1.15. Suspendăm un dicționar cu masa $m = 1\,kg$, pe rând, la capătul a două resorturi elastice de aceeași lungime în stare nedeformată. Alungirile celor două resorturi în cele două situații sunt $\Delta\ell_1 = 10\,cm$ și, respectiv, $\Delta\ell_2 = 5\,cm$. Cele două resorturi se fixează în același loc, iar de capetele lor libere se suspendă dicționarul. Calculează care va fi în acest caz alungirea fiecărui resort.

1.16. Două resorturi de lungimi egale (în stare nedeformată) de constante elastice $k_1 = 250\dfrac{N}{m}$ și, respectiv, $k_2 = 500\dfrac{N}{m}$ sunt grupate în serie și apoi în paralel, ca în figura alăturată. De fiecare grupare se suspendă un cub omogen cu latura $\ell = 10\,cm$ și densitatea $\rho = 2{,}5\dfrac{g}{cm^3}$. Calculează alungirea fiecărui resort în cele două situații.

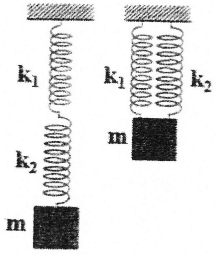


Figura 1.16

1.17. O cutie în formă de cub are latura interioară $\ell = 5\,cm$ și masa $m_0 = 50\,g$. Cutia se umple cu nisip cu densitatea $\rho = 1{,}6\dfrac{g}{cm^3}$ și se suspendă de un resort elastic care se alungește cu $\Delta\ell_1 = 10\,cm$. Dacă cutia este trasă într-o mișcare uniformă, pe o suprafață orizontală, prin intermediul aceluiași resort, acesta se alungește cu $\Delta\ell_2 = 4\,cm$. Determină valoarea forței de frecare la lunecarea cutiei pe suprafața orizontală.

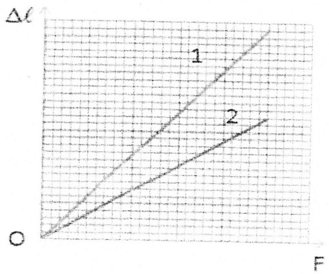
1.18. O scândură cu masa $m = 4\,kg$ este ținută pe un perete vertical de o forță ce acționează perpendicular pe acesta. Considerând că forța de frecare de alunecare dintre scândură și perete este 20% din forța normală de apăsare, calculează valoarea minimă a forței ce ține scândura să nu alunece.

1.19. Pentru remorcarea unui automobil cu masa $m = 2500\,kg$, se utilizează un cablu de constantă elastică $k = 200\dfrac{kN}{m}$. Calculează alungirea cablului când mișcarea automobilului remorcat este uniformă, iar forța de frecare reprezintă 20% din forța de apăsare pe suprafața orizontală pe care se mișcă automobilul.

1.20. Un sportiv cu masa $m = 64\,kg$ sare cu o coardă elastică a cărei lungime în starea nedeformată este $\ell_0 = 25\,m$. Știind constanta de elasticitate a coardei $k = 25\dfrac{N}{m}$, calculează lungimea acesteia când sportivul atârnă în repaus.

C. Probleme de performanță

1.1. În figura alăturată sunt date graficele alungirii a două resorturi în funcție de forța deformatoare. Care dintre cele două resorturi are constanta elastică mai mare? Justifică răspunsul.



1.2. La ora de fizică, Mara suspendă un corp de masă $m = 120\,g$ de o bandă elastică și-i măsoară alungirea $\Delta\ell = 12\,cm$. Mara taie banda elastică în trei bucăți, astfel: prima bucată cu lungimea $\ell_1 = \dfrac{\ell_0}{4}$, a doua bucată cu lungimea $\ell_2 = \dfrac{\ell_0}{3}$, iar a treia restul. Calculează constantele elastice ale celor trei bucăți și formulează o concluzie referitor la dependența dintre constanta elastică și lungimea benzii elastice.

1.3. Constanta elastică a firului dintr-o praștie este $k = 100\dfrac{N}{m}$. Dacă praștia este întinsă cu $\Delta\ell = 15\,cm$, calculează valoarea forței deformatoare. Cele două fire elastice din care este făcută praștia sunt identice.

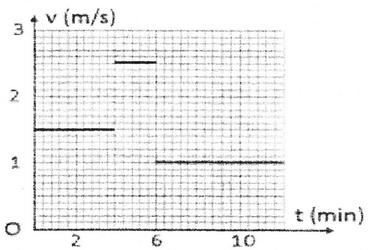


1.4. Un fir elastic de constantă elastică k se alungește cu $\Delta\ell = 9\,cm$ când se suspendă de el un cub omogen. Firul este pliat în trei, după care se suspendă cubul. Care este alungirea fiecărei bucăți în acest caz?

1.5. Din același punct pleacă simultan doi copii cu vitezele față de sol $v_1 = 1{,}5\dfrac{m}{s}$ și $v_2 = 2\dfrac{m}{s}$, pe două direcții perpendiculare.

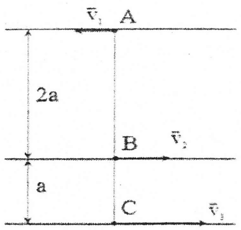
a) Calculează viteza unuia dintre copii față de celălalt.
b) Ce distanță există între copii după 10 min?

1.6. Graficul vitezei unui pieton în funcție de timp este reprezentat în figura alăturată.
a) Trasează graficul mișcării pietonului.
b) Calculează viteza medie.

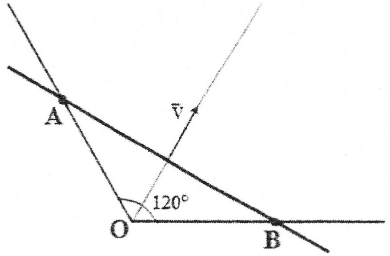


1.7. Un biciclist parcurge jumătate din distanța dintre două localități cu viteza constantă $v_1 = 3\dfrac{m}{s}$. Cealaltă jumătate din distanță este parcursă în două intervale temporale egale cu vitezele constante $v_2 = 4\dfrac{m}{s}$, respectiv $v_3 = 6\dfrac{m}{s}$. Determină viteza medie pe întreaga distanță parcursă.

1.8. Trei bărci se deplasează pe un lac pe direcţii paralele, pornind simultan din punctele A, B şi C, situate pe aceeaşi dreaptă, perpendiculară pe direcţia de deplasare, cu sensurile ca în figura alăturată. Primele două bărci se deplasează cu vitezele constante $v_1 = 12\frac{km}{h}$, respectiv $v_2 = 16\frac{km}{h}$.
Determină viteza pe care trebuie să o aibă cea de-a treia barcă pentru ca ele să fie tot timpul coliniare.



1.9. O bară este îndoită în unghi de 120° ca în figura alăturată. Perpendicular pe bisectoarea unghiului se găseşte o tijă mobilă. Punctele de intersecţie dintre tijă şi bară sunt A şi B. Tija se deplasează paralel cu ea însăşi cu viteza $v = 1\frac{cm}{s}$ de-a lungul bisectoarei, în permanent contact cu bara, ca în figură.



a) Cu ce viteză se deplasează punctele de intersecţie faţă de bară?
b) Cu ce viteză se deplasează punctele de intersecţie faţă de tijă?
c) Cu ce viteză se îndepărtează punctele de intersecţie unul faţă de celălalt?

Subiect propus la OJF 2011 de:
Prof. Ioan Pop şi prof. Viorel Solschi - Colegiul Naţional „Mihai Eminescu", Satu Mare

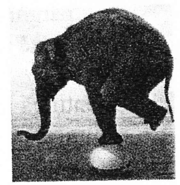
1.10. Pentru a deplasa uniform, în plan orizontal, un paralelipiped de masă $m = 15\,kg$, trebuie tras cu o forţă $F = 50\,N$. În plan vertical, direcţia forţei face cu direcţia de mişcare un unghi $\alpha = 30°$, iar aria suprafeţei de contact are valoarea $S = 250\,cm^2$. Calculează:
a) coeficientul de frecare de alunecare;
b) presiunea exercitată de corp pe suprafaţa de contact;
c) cu cât se modifică forţa de apăsare şi presiunea exercitată de corp pe suprafaţa de contact dacă corpul este împins, faţă de cazul în care corpul este tras.

2. Echilibru mecanic

A. Probleme de nivel elementar

2.1. Un cărucior se mişcă uniform când este tras cu o forţă pe direcţia mişcării. Reprezintă forţele ce acţionează asupra lui.

2.2. Ce fel de echilibru are puiul de elefant din figura alăturată? Reprezintă forţele exercitate asupra puiului de elefant.



2.3. Un peşte este agăţat de cârligul unui cântar dinamometric pentru a fi cântărit. Alungirea resortului de constantă elastică $k = 2000\frac{N}{m}$ este $\Delta\ell = 2\,cm$. Calculează masa peştelui.

2.4. Manualul de fizică este împins cu o forţă $F = 5\,N$ pe o suprafaţă orizontală, cu viteză constantă, pe direcţia mişcării. Reprezintă forţele ce acţionează asupra manualului şi calculează valoarea forţei de frecare exercitată de suprafaţa orizontală asupra manualului.

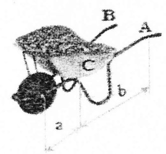
2.5. O ladă cu mere cu masa $m = 15\,kg$ este trasă pe o suprafaţă orizontală într-o mişcare uniformă. Dacă forţa de frecare la alunecare dintre ladă şi suprafaţa orizontală este 40% din greutatea lăzii, calculează forţa necesară pentru mişcarea acesteia.

2.6. Un cub omogen de argint $\left(\rho = 10,4\frac{g}{cm^3}\right)$ cu latura $\ell = 2\,cm$ se suspendă de un resort de constantă elastică $k = 50\frac{N}{m}$. Calculează alungirea resortului.

2.7. Un corp paralelipipedic (cu dimensiunile 8 cm x 4 cm x 2 cm) se suspendă de un dinamometru. Forţa pe care o indică dinamometrul este $F = 0,48\,N$. Determină densitatea materialului din care este confecţionat corpul.

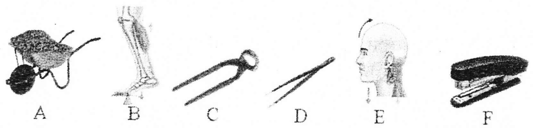
2.8. O grindă omogenă din beton cu densitatea $\rho = 2,4\frac{kg}{m^3}$ are dimensiunile 40 x 20 cm x 400 cm şi este în repaus pe orizontală. Calculează forţa minimă necesară pentru a ridica grinda în plan vertical.

2.9. Pentru roaba din figura alăturată se cunosc: greutatea totală $G = 900\,N$, $a = 50\,cm$ şi $b = 70\,cm$. Calculează forţa minimă ce trebuie aplicată pe dreapta determinată de punctele A şi B pentru a putea răsturna roaba.

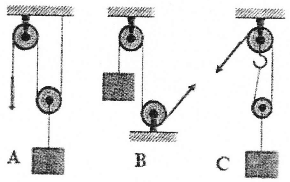


2.10. Cu ajutorul unui scripete fix, considerat ideal, este ridicat un corp de masă $m = 40\,\text{kg}$. Ce valoare are forța necesară acestei operațiuni?

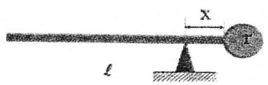
2.11. Grupați pârghiile din figura alăturată și reprezentați pentru fiecare tip de pârghie forțele ce acționează asupra ei.



2.12. Identifică în care dintre situațiile reprezentate în figura alăturată corpul de greutate $G = 600\,\text{N}$ este ridicat cu o forță mai mică și calculează valoarea acestei forțe.



2.13. La capătul unei rigle omogene cu lungimea $\ell = 40\,\text{cm}$ și masa $m_1 = 40\,\text{g}$ se lipește o sferă omogenă de masă $m_2 = 100\,\text{g}$ și rază $r = 2\,\text{cm}$ (figura alăturată). Determină distanța față de capătul liber la care trebuie sprijinit ansamblul obținut pentru a fi în echilibru pe orizontală.



2.14. O ladă de masă $m = 10\,\text{kg}$ este trasă uniform de-a lungul unui plan înclinat cu înălțimea $h = 1\,\text{m}$ și lungimea $\ell = 4\,\text{m}$. Considerând forța de frecare la alunecare 40% din greutatea corpului, determină valoarea forței paralele cu planul înclinat necesară pentru ridicarea lăzii.

2.15. Un corp de masă $m = 120\,\text{g}$ lăsat liber pe un plan înclinat coboară uniform. Unghiul planului înclinat este $\alpha = 30°$. Calculează:

a) componentele greutății corpului pe direcția planului înclinat și, respectiv, perpendicular pe direcția acestuia;

b) valoarea forței ce acționează de-a lungul planului înclinat pentru a ridica uniform corpul pe planul înclinat.

B. Probleme de nivel mediu

2.1. De un dinamometru suspendat în plan vertical se agață un penar. Constanta elastică a resortului este $k = 30\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$, iar forța indicată de dinamometru este $F = 1{,}2\,\text{N}$. Calculează masa penarului și alungirea resortului.

2.2. Într-un coș cu masa $m = 0{,}4\,\text{kg}$ se pun 20 de mere. Coșul cu mere se suspendă de un cântar dinamometric al cărui resort de constantă elastică $k = 580\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ se alungește cu $\Delta\ell = 5\,\text{cm}$. Calculează masa medie a unui măr.

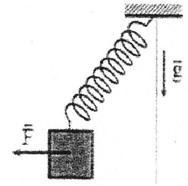
2.3. Un păianjen cu masa $m = 2\,\text{g}$ stă agățat la capătul firului pe care l-a țesut. Constanta elastică a firului este $k = 10\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$.

a) Calculează alungirea firului.

b) De fir mai trage vertical în jos o forță $F = 1\,\text{N}$ (păianjenul rămâne la capătul firului). Calculează cu cât se modifică alungirea firului în acest caz.

2.4. Un puc este lovit cu o crosă. Forța de frecare la alunecare este $F_f = 0{,}16\,\text{N}$, iar coeficientul de frecare între puc și gheață este $\mu = 0{,}1$. Calculează masa pucului și precizează ce se întâmplă cu viteza lui (până când este lovit din nou de un alt jucător).

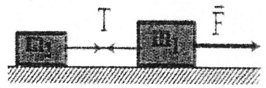
2.5. Cubul din figura alăturată are latura $\ell = 8\,\text{cm}$ și masa $m = 0{,}6\,\text{kg}$. Resortul are constanta elastică $k = 300\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$, iar forța orizontală ce deviază cubul de la verticală are valoarea $F = 4{,}5\,\text{N}$. Determină:



a) volumul golurilor închise din cub;

b) alungirea resortului.

2.6. Două corpuri de mase $m_1 = 120\,\text{g}$ și respectiv $m_2 = 50\,\text{g}$ sunt legate între ele printr-un fir inextensibil de masă neglijabilă. Coeficientul de frecare la alunecare dintre oricare corp și suprafața orizontală pe care alunecă uniform este $\mu = 0{,}3$. Calculează:

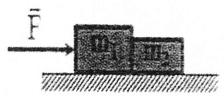


a) tensiunea din firul ce leagă cele două corpuri;

b) valoarea forței ce mișcă sistemul;

c) Corpul cu masa m_2 se pune peste corpul de masă m_1. Calculează cu cât se modifică forța ce mișcă uniform sistemul în acest caz.

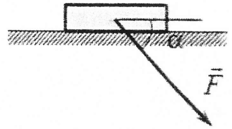
2.7. Cele două corpuri din figura alăturată alunecă uniform sub acțiunea forței $F = 0{,}8\,\text{N}$. Corpul 2 are masa $m_2 = 80\,\text{g}$, iar coeficientul de frecare de alunecare dintre oricare corp și suprafața orizontală este $\mu = 0{,}4$. Determină:



a) forța cu care corpul 1 împinge corpul 2;

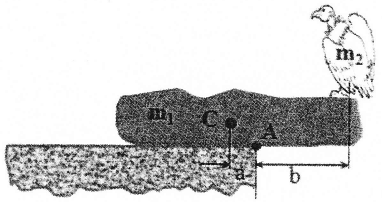
b) masa corpului 1.

2.8. Un corp cu masa $m = 2\,\text{kg}$ este împins uniform cu o forță $F = 10\,\text{N}$, ce face unghiul $\alpha = 45°$ cu direcția de mișcare, ca în figura alăturată. Calculează:

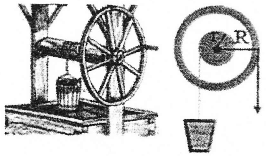


a) forța normală de apăsare pe suprafața de contact;
b) coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața pe care se mișcă.

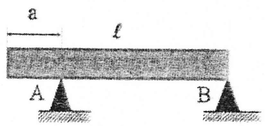
2.9. Lespedea din figura alăturată de masă $m_1 = 90\,\text{kg}$ are centrul de greutate la distanța $a = 20\,\text{cm}$ de punctul A. Un vultur se așază încet pe lespede, la distanța $b = 180\,\text{cm}$ de punctul A. Calculează masa maximă m_2 pe care poate să o aibă vulturul pentru ca lespedea să nu se răstoarne.



2.10. În figura alăturată se observă modul în care se scoate apă dintr-o fântână tradițională. Raza cilindrului pe care se înfășoară lanțul este $r = 10\,\text{cm}$, raza roții asupra căreia se acționează pentru a scoate găleata cu apă este $R = 50\,\text{cm}$. Masa găleții pline cu apă este $m = 20\,\text{kg}$, iar greutatea lanțului se neglijează. Calculează forța exercitată asupra roții pentru scoaterea găleții pline cu apă.



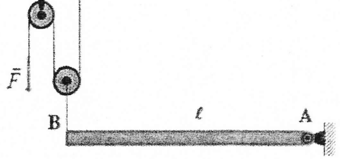
2.11. O grindă omogenă de masă $m = 2400\,\text{kg}$ și lungime $\ell = 6\,\text{m}$ se sprijină pe două suporturi identice, ca în figura alăturată. Suportul A se află la distanța $a = 1\,\text{m}$ de capătul grinzii. Determină valorile forțelor de apăsare pe cele două suporturi.



2.12. Dani și Adi, de mase $m_1 = 25\,\text{kg}$, respectiv $m_2 = 30\,\text{kg}$, construiesc un balansoar sprijinind pe o piatră o scândură omogenă de masă $m = 10\,\text{kg}$ și lungime $\ell = 3\,\text{m}$.

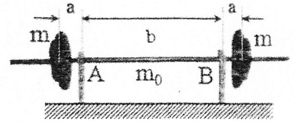
a) Copiii stau la capetele scândurii. Determină la ce distanță de locul în care stă Dani trebuie sprijinită scândura pentru ca aceasta să fie în echilibru pe orizontală.
b) Cei doi copii sprijină scândura la mijlocul ei și pornesc din acel loc spre capetele ei, mergând cu viteze constante. În ce raport trebuie să fie vitezele celor doi copii pentru ca scândura să rămână în echilibru până când unul dintre ei ajunge la capătul scândurii?

2.13. Scripeții din sistemul reprezentat în figura alăturată sunt ideali, iar bara AB este omogenă și are masa $m = 600\,\text{g}$. Calculează:

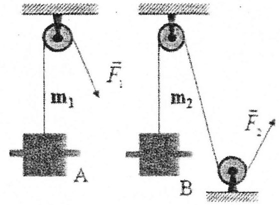


a) valoarea forței ce acționează la capătul firului pentru a menține sistemul în echilibru, bara fiind orizontală;
b) valoarea forței de reacțiune din articulația A și din furca scripetelui fix.

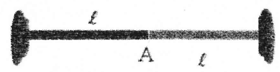
2.14. Pentru haltera din figura alăturată se cunosc valorile mărimilor fizice: $m_0 = 10\,\text{kg}$, $m = 30\,\text{kg}$, $a = 20\,\text{cm}$, $b = 120\,\text{cm}$. Calculează valorile forțelor la care sunt supuse suporturile A și B.



2.15. Într-o sală de fitness se află dispozitivele A și B reprezentate în figura alăturată. Stabilește la care dintre dispozitive se poate ridica o masă mai mare, considerând că dispozitivele sunt folosite de un sportiv de masă $m = 70\,\text{kg}$ și forță musculară $F = 1200\,\text{N}$.



2.16. Două bare de densități $\rho_1 = 8{,}4\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ și, respectiv, $\rho_2 = 8{,}8\,\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, de aceeași secțiune $S = 10\,\text{cm}^2$ și lungime $\ell = 51{,}6\,\text{cm}$ se sudează, iar la capetele lor se pun discuri de mase egale fiecare $m = 40\,\text{kg}$. Determină poziția centrului de greutate al halterei obținute față de punctul de sudură (vezi figura alăturată).

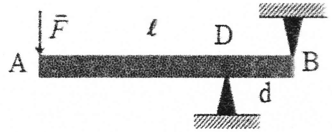


2.17. Dintr-un disc omogen cu raza $R = 20\,\text{cm}$ se decupează un disc cu raza $r = 5\,\text{cm}$, cu centrul la distanța $a = \dfrac{R}{2}$ de centrul discului mare.

a) Discul mic se îndepărtează. Calculează poziția centrului de greutate al discului cu gol.
b) Discul mic se așază simetric peste discul mare (centrele lor coincid). Calculează poziția centrului de greutate al ansamblului.

2.18. Unui corp cu masa $m = 200\,\text{g}$, aflat pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30°$, i se aplică o forță $F = 1{,}53\,\text{N}$, paralelă cu planul, orientată spre vârful acestuia. Forța de frecare de alunecare este 20% din forța normală de apăsare. Stabilește care este starea corpului (urcă, coboară sau este în repaus).

2.19. O grindă omogenă cu masa $m = 200\,\text{kg}$ și lungimea $\ell = 2\,\text{m}$ este sprijinită pe două reazeme B și D, situate la distanța $d = 50\,\text{cm}$ unul de altul (vezi figura alăturată). Știind că reazemul D rezistă la o valoare maximă a forței de apăsare $F_D = 49{,}8\,\text{KN}$, calculează valoarea maximă pe care o poate avea forța ce acționează perpendicular la capătul A al grinzii.



2.20. O ladă este coborâtă uniform pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30°$ sub acțiunea unei forțe $F_1 = 2\,\text{N}$, paralelă cu planul și orientată spre vârful planului înclinat. Dacă valoarea forței crește cu $\Delta F = 4\,\text{N}$, atunci lada urcă uniform pe planul înclinat. Calculează valoarea forței de frecare la alunecare dintre ladă și planul înclinat, precum și masa lăzii.

2.21. Un corp cu masa $m = 2\,\text{kg}$ alunecă uniform, fără frecare, pe un plan înclinat, de masă $M = 5\,\text{kg}$ și unghi $\alpha = 45°$. Determină valoarea coeficientului de frecare de alunecare dintre suprafața orizontală și planul înclinat pentru care acesta alunecă uniform.

2.22. Scripeții din sistemul reprezentat în figura alăturată sunt ideali, iar firele sunt inextensibile și au masa neglijabilă. Forța de reacțiune din partea suprafeței pe care se sprijină corpul 2 este $N = 1\,\text{N}$, iar corpul 1 are masa $m_1 = 100\,\text{g}$. Calculează forțele de tensiune din fire și masa corpului 2, știind că sistemul este în echilibru.

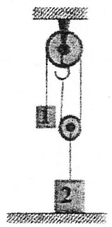


Figura 2.22

2.23. Pentru cele două sisteme (A și B) din figura alăturată, aflate în echilibru, scripeții ce alcătuiesc planele sunt ideali și firele inextensibile au masa neglijabilă. Determină raportul dintre masele celor două corpuri pentru fiecare dintre cele două sisteme.

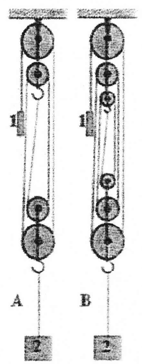


Figura 2.23

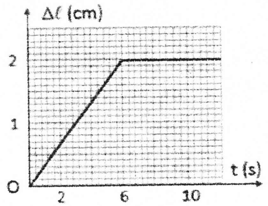
2.24. O bară omogenă, de greutate $G = 30\,\text{N}$, cu lungimea $\ell = 3\,\text{m}$ este sprijinită la $a = \dfrac{\ell}{3}$ de un capăt. Determină valoarea minimă a forței cu care trebuie să acționăm pentru a menține bara pe orizontală în echilibru. Ce valoare are forța de reacțiune în punctul de sprijin?

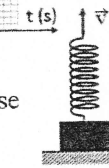
2.25. Două cuburi de mase diferite se pun pe un plan înclinat de unghi α astfel încât să fie în contact unul cu altul. Coeficienții de frecare dintre cuburi și planul înclinat sunt μ_1, respectiv μ_2, iar cubul al doilea se sprijină pe primul. Determină raportul dintre masele celor două cuburi pentru ca sistemul să fie în echilibru.

C. Probleme de performanță

2.1. Corpul paralelipipedic din trusa de fizică este tras cu viteză constantă pe o suprafață orizontală prin intermediul unui resort elastic. Alungirea resortului este $\Delta\ell_1 = 2\,\text{cm}$. Când suspendăm corpul de resort, în plan vertical, alungirea acestuia este $\Delta\ell_2 = 4\,\text{cm}$. Calculează coeficientul de frecare de alunecare dintre suprafața orizontală și corpul paralelipipedic.

2.2. De pe un cântar dinamometric s-au șters indicațiile. Pentru a-l folosi, se prinde la capătul lui un corp, iar celălalt capăt se ridică cu viteza constantă. Deformarea resortului de constantă elastică $k = 200\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$, în funcție de timp este prezentată în graficul din figura alăturată. Calculează:





a) distanța la care este ridicat corpul față de suportul pe care se afla inițial după $t = 12\,\text{s}$;

b) masa corpului.

2.3. O ladă de masă m este trasă uniform pe o podea orizontală sub acțiunea unei forțe $F = 24\,\text{N}$. Direcția forței cu direcția mișcării fac unghiul $\alpha = 60°$, iar coeficientul de frecare la alunecare este $\mu = 0{,}4$. Calculează:

a) componentele forței pe direcția mișcării și perpendicular pe direcția mișcării.

b) masa lăzii.

2.4. Un borcan de sticlă cântărește gol $m_1 = 425\,\text{g}$. Volumul interior este $V = 840\,\text{ml}$, iar densitatea sticlei este $\rho_s = 2{,}5\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. În borcan se pun 8 caise, fiecare de masă $m_0 = 25\,\text{g}$ și volum $V_0 = 20\,\text{ml}$, zahăr $m_z = 50\,\text{g}$ și se completează cu apă (rețetă pentru compot). Ținând cont că, după ce se închide ermetic, borcanul se pune la fiert la foc domol, calculează:

a) densitatea soluției de apă și zahăr;

b) greutatea totală a borcanului.

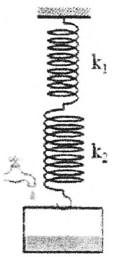
(Densitatea zahărului este $\rho_z = 1{,}59\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, iar cea a apei este $\rho_a = 1\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.)

2.5. În timpul antrenamentului, un acrobat cu masa $m = 70\,\text{kg}$ este prins cu două cabluri elastice, fiecare având constanta elastică $k = 80\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$. Când acrobatul este în echilibru, unghiul dintre direcțiile cablurilor elastice este $\alpha = 60°$.

a) Calculează alungirea fiecărui cablu.

b) Se renunță la un cablu. Capetele cablului rămas se prind în același loc, iar mijlocul cablului se prinde de centura acrobatului. Calculează, la echilibru, alungirea fiecărei jumătăți a cablului.

2.6. Capetele a două resorturi de lungimi egale sunt legate împreună (vezi figura alăturată). La capătul inferior este agățat un vas gol cu masa $m_0 = 200\,\text{g}$. În vas curge apă cu un debit constant $D_v = 500\dfrac{\text{ml}}{\text{min}}$. Constantele elastice ale resorturilor sunt $k_1 = 300\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ și, respectiv, $k_2 = 600\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$.



a) Calculează alungirile resorturilor după $t_1 = 4\,\text{min}$.

b) Reprezintă grafic alungirile resorturilor în funcție de timp.

c) Determină constanta echivalentă a resorturilor.

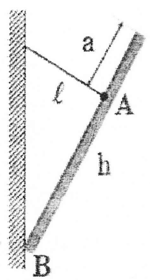
2.7. La capetele unui resort sunt prinse două corpuri de mase $m_1 = 300\,\text{g}$ și, respectiv, $m_2 = 200\,\text{g}$. Când corpul 1 se află pe sol, lungimea resortului este $\ell_1 = 10\,\text{cm}$, iar când corpul 2 se află pe sol lungimea resortului devine $\ell_2 = 8\,\text{cm}$. Determină:

a) forța exercitată de sol asupra fiecăruia dintre corpuri;

b) lungimea resortului nedeformat;

c) constanta elastică a resortului.

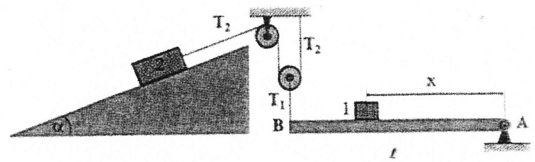
2.8. Un tablou cu masa $m = 4\,\text{kg}$ și înălțimea $h = 120\,\text{cm}$ este prins de perete cu ajutorul unui fir de lungime $\ell = 60\,\text{cm}$. Firul este prins de tablou la distanța $a = 40\,\text{cm}$ de capăt, iar direcția firului este perpendiculară pe planul tabloului. Partea inferioară a tabloului se sprijină pe perete fără a fi fixată, tabloul rămâne în echilibru datorită forței de frecare și acțiunii firului.



a) Reprezintă forțele ce acționează asupra tabloului când acesta are tendința să alunece.

b) Calculează valoarea tensiunii din fir.

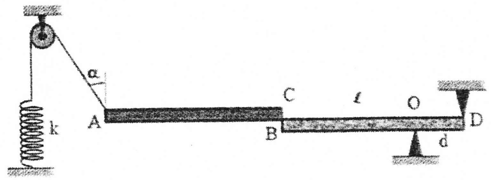
2.9. Pentru sistemul de mecanisme simple aflat în echilibru din figura alăturată se cunosc: masele celor două corpuri $m_1 = 1500\,\text{g}$ respectiv $m_2 = 800\,\text{g}$, coeficientul de frecare de alunecare dintre corpul 2 și planul înclinat $\mu = 0{,}2$, unghiul planului înclinat $\alpha = 30°$, masa și lungimea barei AB $m_0 = 500\,\text{g}$, respectiv $\ell = 1\,\text{m}$. Scripeții și firele sunt ideale. Determină:



a) distanța la care trebuie pus corpul 1 pe bară pentru ca sistemul să fie în echilibru;

b) valoarea tensiunilor din fire.

2.10. Sistemul de mecanisme simple din figura alăturată este în echilibru. Grinda AB are greutatea $G_1 = 500\,\text{N}$, grinda CD are greutatea $G_2 = 400\,\text{N}$, scripetele, resortul și firul sunt ideale.



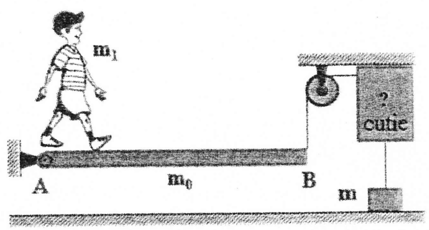
Distanța dintre cele două reazeme este $d = \dfrac{\ell}{4}$, ℓ este lungimea grinzii CD, $\alpha = 30°$, iar resortul are constanta elastică $k = 10\,\text{KN}$.

a) Reprezintă forțele ce acționează asupra fiecărui mecanism simplu.

b) Determină valorile forțelor ce acționează în cele două reazeme.

c) Calculează deformarea resortului.

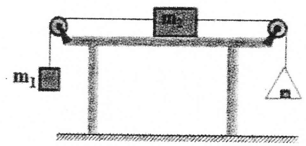
2.11. **A.** Pe scândura AB de lungime $\ell = 4\,\text{m}$, masă $m_0 = 20\,\text{kg}$, articulată în punctul A și legată în B, ca în figura alăturată, cu un fir inextensibil, trecut peste un scripete ideal, urcă un copil cu masa $m_1 = 50\,\text{kg}$, al cărui pas are deschiderea $p = 40\,\text{cm}$. Cutia conține un sistem de scripeți care micșorează forța rezistentă de $n = 4$ ori.



a) Desenează sistemul de scripeți care se află în cutie.

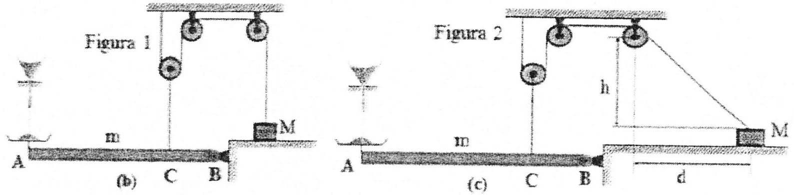
b) Calculează numărul de pași pe care îi face copilul pentru a desprinde de suprafață corpul de masă $m = 120\,\text{kg}$.

B. Gigel realizează dispozitivul din figură, corpurile având masele $m_1 = 3\,\text{kg}$ şi $m_2 = 8\,\text{kg}$, talerul T are masa neglijabilă, firul este inextensibil, iar scripeţii sunt ideali. Gigel observă că dacă pune un cubuleţ pe taler, după un mic bobârnac, corpul m_1 coboară uniform, iar dacă la cubuleţul de pe taler adaugă încă patru cubuleţe identice, corpul m_1 urcă uniform. Determinaţi coeficientul de frecare la alunecare dintre corpul m_2 şi suprafaţa orizontală.



Subiect propus la OJF 2009 de:
prof. Carmen Antonescu, Liceul de Arte „Bălaşa Doamna" – Târgovişte
prof. Petrică Plitan, Colegiul Naţional „Gheorghe Şincai" – Baia Mare

2.12. Bara omogenă AB din figura 1, de lungime ℓ şi masă $m = 1\,\text{kg}$, articulată în B, este susţinută în poziţie orizontală prin intermediul unui sistem de scripeţi şi fire, ideale. Corpul de masă $M = 4\,\text{kg}$ este prins de capătul firului şi se sprijină pe suprafaţa orizontală. Firul ce menţine bara în echilibru este prins de aceasta în punctul C, situat la distanţa $\frac{\ell}{4}$ de capătul B. Talerul aflat la capătul A are masa neglijabilă.



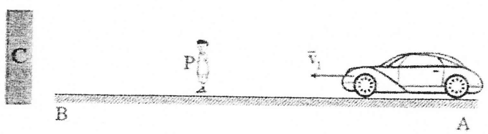
a) Calculează forţa cu care apasă corpul *M* pe suprafaţa orizontală.

b) Dacă dintr-o pâlnie subţire, situată deasupra talerului, în apropierea acestuia, se scurge nisip, în mod uniform, câte un gram pe secundă (vezi figura 1), calculează după cât timp va începe să se mişte corpul *m*.

c) Dacă starea iniţială de echilibru este cea din figura 2, unde se cunosc $h = 4\,\text{m}$ şi $d = 3\,\text{m}$, iar din pâlnie începe să curgă nisip ca în cazul punctului *b)*, calculează cât timp trebuie să se scurgă nisip, până când corpul *M* va începe să se mişte. Între corpul *M* şi suprafaţa orizontală există frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 0{,}5$.

Subiect propus la OJF 2010 de:
prof. Constantin Rus, Colegiul Naţional „L. Rebreanu" – Bistriţa
prof. Viorel Popescu, Colegiul Naţional „I.C. Brătianu" – Piteşti
prof. Petrică Plitan, Colegiul Naţional „Gh. Şincai" – Baia Mare

2.13. **A.** Pe şoseaua AB din figură se deplasează o maşină având viteza constantă $v_1 = 17\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

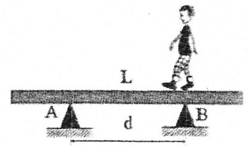


Şoferul observă un pieton P, aflat în repaus pe marginea şoselei, la distanţă mare de maşină, şi emite un semnal sonor scurt şi puternic, urmat după $\Delta t = 2\,\text{s}$ de un al doilea semnal sonor. Sunetul se propagă prin aer cu aceeaşi viteză pe orice direcţie, $v = 340\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

a) Calculează distanţa parcursă de maşină pe şosea între momentele recepţionării celor două semnale sonore de către pieton.

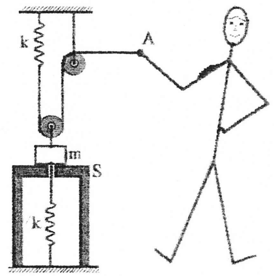
b) Determină intervalul de timp dintre momentele recepţionării de către şoferul maşinii a celor două semnale sonore reflectate de clădirea C, care este orientată perpendicular pe şoseaua AB.

B. O punte este alcătuită dintr-o scândură omogenă, rezistentă, având lungimea $L = 6\,\text{m}$ şi masa $M = 200\,\text{kg}$. Ea este fixată pe doi stâlpi aşezaţi simetric faţă de capetele scândurii, distanţa dintre ei fiind $d = 4\,\text{m}$. Forţa maximă de apăsare suportată de fiecare stâlp este $F = 3000\,\text{N}$. Calculează masa maximă a unui om ce poate trece pe punte.



Subiect propus la OJF 2013 de: prof. Viorel Popescu, Colegiul Naţional „Ion C. Brătianu" – Piteşti
prof. Petrică Plitan, Colegiul Naţional „Gh. Şincai" – Baia Mare

2.14. Unul dintre aparatele folosite, într-o sală de gimnastică, pentru dezvoltarea musculaturii se numeşte helcometru. El este reprezentat schematic în figura alăturată. Dănuţ a reglat aparatul astfel încât să poată trage de capătul A al firului cu o singură mână, orizontal, la nivelul umerilor. Forţa maximă cu care poate trage Dănuţ este $F_{max} = 200\,\text{N}$. Cele două resorturi, iniţial nedeformate, sunt identice şi au constanta elastică $k = 1600\frac{\text{N}}{\text{m}}$. Corpul suspendat de scripetele mobil are masa $m = 10\,\text{kg}$ şi se sprijină iniţial pe suportul fix S. Masa scripeţilor este neglijabilă, iar scripetele superior este fixat printr-o tijă rigidă care rămâne tot timpul verticală. Consideră $g = 10\,\text{N/kg}$.



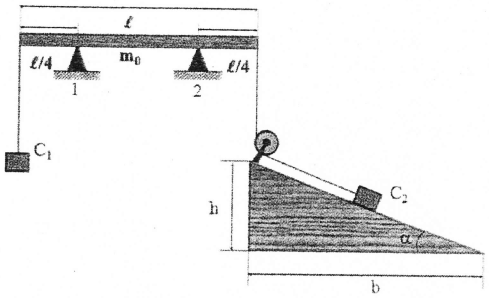
a) Determină valoarea minimă a forţei cu care trebuie să tragă Dănuţ de fir astfel încât corpul de masă *m* să nu mai apese pe suportul S.

b) Calculează alungirea maximă a resortului inferior dacă Dănuţ trage de capătul A al firului cu viteză constantă foarte mică.

c) Calculează distanţa pe care a deplasat Dănuţ capătul A al firului, din momentul în care a început să tragă de fir şi până în momentul în care firul este menţinut în repaus trăgând cu forţa maximă.

Subiect propus la ONF 2009 de: prof. Sorin Valerian Chirilă – Colegiul Economic „Dionisie Pop Marţian", Alba Iulia
prof. Liviu Blanariu – Centrul Naţional pentru Curriculum şi Evaluare în Învăţământul Preuniversitar, Bucureşti
prof. Petrică Plitan – Colegiul Naţional „Gheorghe Şincai", Baia Mare

2.15. A. În sistemul mecanic din figură, tija orizontală omogenă are masa $m_0 = 0{,}1\,\text{kg}$ și se sprijină pe două reazeme 1 și 2, plasate față de capetele tijei la 1/4 din lungimea ei. Corpul C_1 are masa $m_1 = 0{,}4$ kg, iar între corpul C_2 și suprafața planului înclinat există frecare, coeficientul de frecare fiind $\mu = 0{,}25$. Firele de legătură și scripetele sunt ideale. Planul înclinat are dimensiunile $h = 3\text{m}$ și $b = 4\text{m}$.

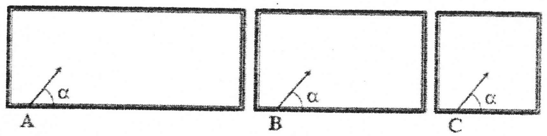


Considerând $g = 10\ \dfrac{\text{N}}{\text{kg}}$, calculează:

a) valoarea cea mai mare și valoarea cea mai mică a masei corpului C_2, astfel încât tija să rămână orizontală;

b) valorile reacțiunilor din reazemele 1 și 2 în condițiile punctului *a)*.

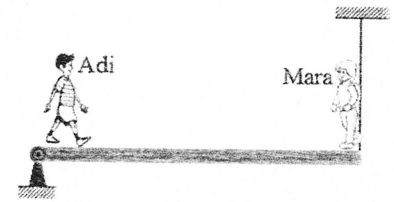
B. Trei mese de biliard au aceeași lățime și lungimi diferite. Din punctele A, B și C sunt lansate trei bile identice cu aceeași viteză, în același moment și sub același unghi α față de mantă (marginea mesei). Ciocnirile bilelor cu mantele meselor respectă legile reflexiei, iar modulele vitezelor prin ciocnire nu se modifică. În ce ordine ajung bilele la manta de lansare? Justifică răspunsul.



Durata unei ciocniri este neglijabilă, iar în timpul rostogolirii viteza bilelor nu se modifică.

Subiect propus la ONF 2010 de:
prof. Constantin Ru, Colegiul Național „L. Rebreanu" – Bistrița
prof. Viorel Popescu, Colegiul Național „I.C. Brătianu" – Pitești
prof. Petrică Plitan, Colegiul Național „Gh. Șincai" – Baia Mare

2.16. Pentru verificarea temei de la ora de fizică, Adi și Mara au realizat un dispozitiv experimental, a cărui schiță este reprezentată în figura alăturată. Scândura omogenă de masă $m_0 = 20\text{kg}$ și lungime $L = 4{,}5\,\text{m}$ este sprijinită la un capăt pe un suport, iar la celălalt capăt este legat un cablu inextensibil de masă neglijabilă, prins de tavan. Adi și Mara pornesc de la capetele scândurii, unul spre celălalt, cu vitezele constante $v_1 = 20\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$, respectiv $v_2 = 25\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$ și se opresc la capetele opuse.



a) Determină poziția centrului de greutate al sistemului format din scândură și cei doi copii la momentul inițial (cei doi copii se află la capetele scândurii), față de capătul la care se află Adi.

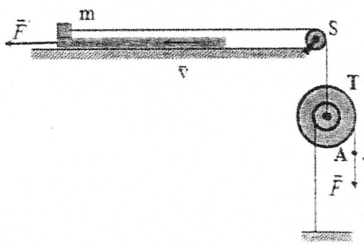
b) Reprezintă grafic legile de mișcare ale celor doi copii, până când ultimul ajunge la capătul scândurii, considerând ca origine punctul din care pleacă Adi. Identifică locul și momentul întâlnirii lor.

c) Reprezintă grafic tensiunea din cablu, în funcție de timp, din momentul plecării celor doi copii până la întâlnirea lor.

Se cunosc masele celor doi copii: $M = 55\text{kg}$ (Adi) și respectiv $m = 45\,\text{kg}$ (Mara). Se consideră accelerația gravitațională $g = 10\dfrac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Subiect propus la ONF 2012 de:
prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân" – Constanța
prof. Florin Măceșanu, Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare" – Alexandria
prof. Constantin Rus, Colegiul Național„ Liviu Rebreanu" – Bistrița

2.17. În sistemul din figură, pe scândura de lungime $\ell = 36\text{cm}$ se află un corp cu masa $m = 700\,\text{g}$, cu lungimea mult mai mică decât a scândurii. Coeficientul de frecare dintre corp și scândură este $\mu = 0{,}5$. Corpul este legat printr-un fir inextensibil, trecut peste un scripete fix S de axul unui tambur T. Tamburul este alcătuit din două discuri coaxiale lipite, de mase neglijabile, având razele $R = 5\,\text{cm}$, respectiv $r = 2\,\text{cm}$. Pe fiecare disc este înfășurat câte un fir inextensibil, având un capăt prins pe disc. Capătul A al firului înfășurat pe discul de rază R începe să fie deplasat uniform pe verticală în jos, cu viteza $v = 7\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$ față de sol, sub acțiunea unei forțe F. În același moment, scândura începe să fie trasă orizontal spre stânga cu o forță F' care îi imprimă acesteia aceeași viteză constantă v față de sol (vezi figura). Calculează:



a. forța de tracțiune F care acționează în capătul A al firului;

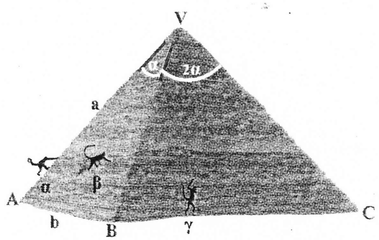
b. viteza cu care se deplasează corpul de masă m față de scripetele fix;

c. timpul după care corpul de masă m cade de pe scândură.

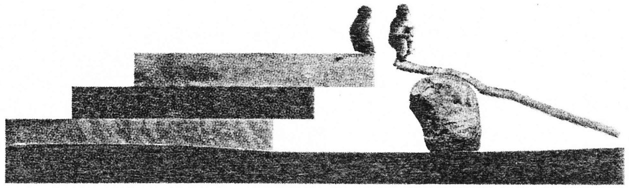
Se cunoaște că lungimea cercului este $L = 2\pi r$, unde $\pi = 3{,}14$ și r – raza cercului. Se consideră $g = 10\dfrac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Subiect propus laONF 2013 de:
prof. VIOREL POPESCU, Colegiul Național „Ion C. Brătianu" – Pitești
prof. PETRICĂ PLITAN, Colegiul Național „Gh. Șincai" – Baia Mare
prof. CONSTANTIN GAVRILĂ, Colegiul Național „Sf. Sava" – București

2.18. A. O piramidă patrulateră cu muchii identice de lungime $a = 100\,\text{m}$ are fețele laterale triunghiuri, două câte două identice și opuse, având unghiul la vârful piramidei $\alpha = 30°$, respectiv 2α. Laturile mici ale bazei piramidei au lungimea $b = 51{,}76\,\text{m}$. Trei maimuțe, α, β, și γ pornesc din punctul A de la baza piramidei cu intenția de a ajunge cât mai repede în punctul diagonal opus C. Maimuțica α alege să meargă pe muchie până în vârf, și apoi să coboare tot pe muchie în punctul C; maimuțica β urcă pe fața AVB a piramidei și coboară pe fața BVC pe un drum format din porțiuni rectilinii, considerat doar de ea ca fiind cel mai scurt; maimuțica γ merge doar pe laturile bazei. Calculează timpul în care fiecare maimuțică ajunge în punctul C, dacă ele se deplasează cu aceeași viteză $v = 2\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. Compară acești timpi și stabilește care dintre maimuțe ajunge prima la destinație.



B. În joaca lor, cele două maimuțe, Maky și Waky, au ajuns în situația din imagine. Maky, de masă $M = 25\,\text{kg}$, stă la marginea din dreapta a lespezii de sus.

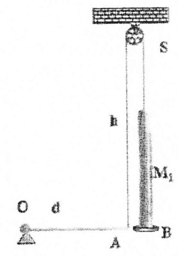


Cele trei lespezi sunt identice, fiecare având masa $m_0 = 100\,\text{kg}$ și lungimea $\ell_0 = 2\,\text{m}$. Calculează distanța maximă posibilă dintre capătul din stânga al lespezii de jos și punctul de pe iarbă aflat exact la verticală sub Maky, astfel încât sistemul să nu se dărâme.

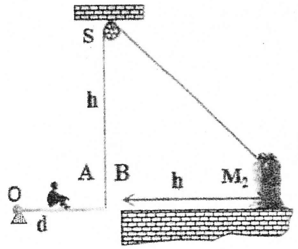
C. Waky, de masă $m = 20\,\text{kg}$, s-a urcat pe o creangă cu lungimea $L = 4\,\text{m}$, sprijinită de un bolovan sub un unghi de 30° față de orizontală. Maimuțica stă la limita echilibrului la capătul superior al crengii, la distanța $\ell = 1\,\text{m}$ de punctul de sprijin pe bolovan, astfel încât capătul opus este practic desprins de sol. Determină masa M_0 a crengii și coeficientul de frecare dintre creangă și bolovan.

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika", Călimănești 2012, de:
prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân" – Constanța
prof. Florin Măceșanu, Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare" – Alexandria
prof. Constantin Rus, Colegiul Național „Liviu Rebreanu" – Bistrița

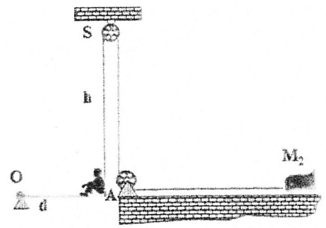
2.19. Pentru înțelegerea și verificarea temei la fizică, Dani și Adi au realizat, în sala de sport, montajul mecanic din figura alăturată. Scândura orizontală OA, cu masa $m_0 = 16\,\text{kg}$, prinsă în punctul O de o articulație, este legată în capătul A de un cablu elastic vertical (de tip bungee jumping, dar cu masa neglijabilă) de lungime $\ell_0 = 18\,\text{m}$ (când este nedeformat). Cablul este trecut peste un scripete fix ideal suspendat de tavanul sălii, la înălțimea $h = 10\,\text{m}$. La capătul B al cablului, situat la nivelul punctului O, se află fixat un disc foarte ușor, pe care se sprijină un furtun omogen de masă M_1 și lungime $y = 5\,\text{m}$. Cablul trece (fără frecare) prin furtun, considerat practic vertical.



a. Reprezintă forțele implicate, scrie ecuațiile de echilibru, determină constanta elastică a cablului, masa M_1 a furtunului, precum și tensiunea elastică din furtun la distanța $x = 2\,\text{m}$ de punctul B.



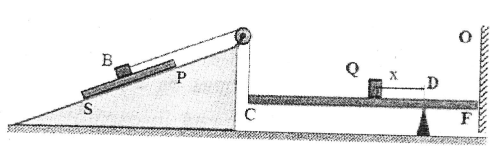
b. Adi agață de capătul B al cablului elastic sacul de box de masă $M_2 = 40\,\text{kg}$ și îl așază la distanța h față de punctul B, pe suprafața orizontală de la nivelul scândurii, ca în figura alăturată. Dani se urcă pe scândură și constată că aceasta rămâne orizontală când el se află exact la jumătatea ei. Reprezintă forțele implicate, scrie ecuațiile de echilibru și determină masa lui Dani (m), forța cu care sacul apasă pe suprafața orizontală (N_2) și forța de frecare dintre sac și suprafața orizontală.



c. În B se montează un alt scripete ideal. Cablul elastic se trece peste acest scripete și se leagă de sacul așezat pe suprafața orizontală la limita alunecării spre stânga. Aflați distanța x la care se află sacul când „începe să alunece", precum și coeficientul de frecare dintre sac și suprafața orizontală în acest moment, dacă Dani se află acum exact în capătul A al scândurii, iar scândura este orizontală. Se va considera $g = 10\dfrac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika", Călimănești 2012, de:
prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân" – Constanța
prof. Florin Măceșanu, Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare" – Alexandria
prof. Constantin Rus, Colegiul Național „Liviu Rebreanu" – Bistrița

2.20. Pe un plan înclinat de unghi α $(\sin\alpha = 0{,}6, \cos\alpha = 0{,}8)$ se află o scândură SP, de masă $m_1 = 0{,}5\,\text{kg}$. Pe scândură poate aluneca un corp B de masă $m_2 = 0{,}3\,\text{kg}$, legat cu un fir trecut peste scripetele ideal din vârful planului înclinat. Coeficientul de frecare între scândură și corpul B este $\mu_2 = 0{,}1$. Firul este legat la capătul C al unei bare omogene orizontale CF, de masă $m_b = 0{,}5\,\text{kg}$ și lungime $\ell = 1\,\text{m}$. La capătul F al barei se află o oglindă plană O, perpendiculară pe bară, așezată foarte aproape de aceasta. Bara se sprijină pe un suport D, aflat la distanța $d = 30\,\text{cm}$ față de oglindă. Un corp Q, de masă $m_0 = 0{,}5\,\text{kg}$, se așază pe bară la distanța x față de D, astfel încât corpul B să rămână în repaus față de planul înclinat atunci când scândura SP alunecă uniform spre baza planului înclinat.



a) Calculează coeficientul de frecare μ_1 între scândură și planul înclinat.

b) Calculează distanța dintre corpul Q și imaginea sa în oglinda O.

c) După un timp, corpul B cade de pe scândură. Determină distanța dintre cele două poziții extreme în care se poate afla corpul Q pe bara orizontală, astfel încât corpul B să rămână în repaus față de planul înclinat. Coeficientul de frecare între corpul B și planul înclinat este μ_1.

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika", Brăila 2013, de:
prof. Cristina Anghel, Liceul Teoretic „Ovidius" – Constanța
prof. Viorel Popescu, Colegiul Național „Ion C. Brătianu" – Pitești
prof. Petrică Plitan, Colegiul Național „Gh. Șincai" – Baia Mare

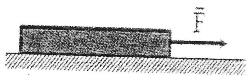
3. Lucru mecanic. Energie mecanică

A. Probleme de nivel elementar

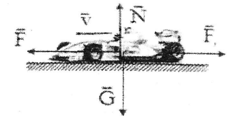
3.1. Precizează în care dintre situațiile următoare se efectuează lucru mecanic.

a) Andrei ridică o carte de pe podea și o pune pe biroul său.
b) Un halterofil ține haltera deasupra capului două minute.
c) Tania deformează un PET.
d) Andrei se oprește să admire unul dintre tablourile lui Joan Miro.
e) Un automobil se deplasează cu viteză variabilă pe o șosea.

3.2. O scândură este trasă pe o suprafață orizontală de o forță constantă, ca în figura alăturată. Reprezintă forțele ce acționează asupra scândurii, precizează care dintre forțe efectuează lucru mecanic și scrie expresiile matematice corespunzătoare.

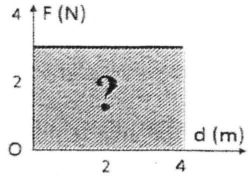


3.3. O mașinuță jucărie se mișcă acționată de forța dezvoltată de un motoraș electric. Care dintre forțele figurate în desen efectuează lucru mecanic motor asupra mașinuței?



3.4. Forța de tracțiune exercitată asupra unui cărucior este $F = 16\,\text{N}$. Distanța parcursă de cărucior este $d = 20\,\text{m}$. Calculează lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune.

3.5. După efectuarea unui experiment, Dani realizează reprezentarea grafică din figura alăturată. Care este semnificația fizică a ariei suprafeței hașurate? Calculează valoarea acestei mărimi fizice.



3.6. Un automobil se mișcă uniform pe o șosea rectilinie cu viteza $v = 50{,}4\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Rezultanta forțelor de rezistență are valoarea $F = 1400\,\text{N}$. Ce valoare are puterea dezvoltată de motorul automobilului?

3.7. Un copil exercită o forță $F = 40\,\text{N}$ pentru a-și ridica ghiozdanul de pe podea pe birou. Înălțimea la care a fost ridicat ghiozdanul este $h = 80\,\text{cm}$. Calculează lucrul mecanic efectuat pentru această activitate.

3.8. Lucrul mecanic efectuat de un om în timpul $t = 5\,\text{min}$ este $L = 96\,\text{kJ}$. Calculează puterea mecanică dezvoltată de om în timpul considerat.

3.9. Un sportiv care face *bungee jumping* cade liber de pe o platformă situată la înălțime, fiind legat de picioare cu o coardă elastică. Ce fel de energie mecanică are sportivul la trecerea prin poziția de echilibru? (Consideră ca nivel de referință pentru energia potențială solul.)

3.10. Energia cinetică se calculează conform relației $E = \frac{mv^2}{2}$, unde m – masa corpului, iar v este viteza. Calculează energia cinetică pe care o are o minge de tenis de câmp de masă $m = 10\,\text{g}$, care se mișcă cu viteza $v = 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

3.11. Manualul de fizică, de masă $m = 150\,\text{g}$, se află pe birou la distanța $h = 80\,\text{cm}$ față de podea. Precizează ce fel de energie are manualul și calculează-i valoarea față de podea.

3.12. Prin comprimarea cu $\Delta x = 5\,\text{cm}$ a resortului dintr-un pistol jucărie, o tijă cu o ventuză la capăt poate fi aruncată la câțiva metri. Energia potențială elastică este dată de relația $E_{pe} = \dfrac{k \cdot (\Delta x)^2}{2}$, unde $k = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ este constanta elastică a resortului. Care este valoarea energiei potențiale elastice înmagazinată în resortul comprimat?

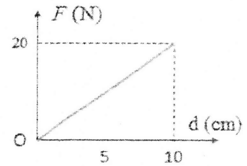
3.13. O sferă mică este în cădere liberă de la înălțimea $h = 6\,\text{m}$. Care este viteza pe care o are sfera când atinge solul? (Consideră frecările cu aerul neglijabile.)

3.14. Adi urcă uniform o ladă de masă $m = 40\,\text{kg}$ pe un plan înclinat cu un randament $\eta = 80\%$. Înălțimea planului înclinat este $h = 2\,\text{m}$, iar unghiul acestuia este $\alpha = 30°$. Calculează forța exercitată de Adi asupra lăzii pe direcția planului înclinat și lucrul mecanic efectuat de acesta pentru a urca lada.

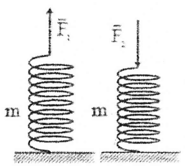
3.15. Un muncitor ridică un sac de ciment cu masa $m = 40\,\text{kg}$ la înălțimea $h = 10\,\text{m}$ folosind un scripete fix. Dacă forța exercitată de muncitor este $F = 500\,\text{N}$, determină randamentul mecanic la urcarea sacului de ciment și lucrul mecanic necesar pentru ridicarea sacului.

B. Probleme de nivel mediu

3.1. Dani fixează capătul unei corzi elastice și trage de celălalt capăt cu o forță a cărei valoare variază cu distanța ca în figura alăturată. Calculează lucrul mecanic efectuat de Dani pentru întinderea corzii.



3.2. Resortul de masă m din figura alăturată are capătul fixat de podea și poate fi alungit sau comprimat cu $\Delta\ell$. În care dintre cele două situații lucrul mecanic este mai mare? Justifică răspunsul.



3.3. David observă că sora sa mai mică a construit un turn din 12 cuburi identice. Având în vedere că, inițial, toate cuburile au fost pe suprafața podelei, el dorește să calculeze lucrul mecanic efectuat. David măsoară latura unui cub $\ell = 6\,\text{cm}$ și masa lui $m = 50\,\text{g}$. Folosind valorile obținute de David, calculează lucrul mecanic minim pentru construirea turnului.

3.4. Un automobil este frânat până la blocarea roților. Urmele anvelopelor pe șosea au lungimea $d = 25\,\text{m}$, iar valoarea forței de frânare este $F_f = 2400\,\text{N}$. Care a fost valoarea lucrului mecanic al forței de frecare la alunecare?

3.5. Forța de tracțiune a unui automobil este $F = 1500\,\text{N}$, iar puterea dezvoltată de motorul acestuia este $P = 45\,\text{kW}$. În cât timp va parcurge automobilul distanța $d = 54\,\text{km}$ într-o mișcare uniformă?

3.6. O macara ridică mai multe cărămizi (un boxpalet) cu masa totală $m = 500\,\text{kg}$, într-o mișcare uniformă cu viteza $v = 50\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$. Știind că ridicarea cărămizilor se face în timpul $t = 2\,\text{min}$, calculează lucrul mecanic efectuat și puterea mecanică dezvoltată de forța exercitată de macara.

3.7. Un rezervor de volum $V = 2\,\text{m}^3$, aflat la înălțimea $h = 12\,\text{m}$ este umplut cu apă în timpul $t = 10\,\text{min}$ de o electropompă. Calculează puterea mecanică dezvoltată de motorul electropompei. (Consideră că nu există pierderi de energie.)

3.8. Pentru alungirea unui resort elastic cu $\Delta\ell = 2\,\text{cm}$, trebuie să acționăm cu o forță $F = 1\,\text{N}$. Ce valoare are energia potențială pe care o va avea resortul când este deformat cu $\Delta\ell_1 = 10\,\text{cm}$?

3.9. De la o fereastră situată la înălțimea $h = 12\,\text{m}$ este aruncată o minge de tenis pe direcție orizontală, cu viteza $v = 14{,}4\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. Considerând pierderile de energie neglijabile, calculează viteza pe care o are mingea la atingerea solului.

3.10. Motorul unui automobil dezvoltă o forță $F = 1472\,\text{N}$. Forțele de rezistență exercitate asupra automobilului sunt direct proporționale cu pătratul vitezei, $F_r = c \cdot v^2$, unde $c = 3{,}68\dfrac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2}$. Calculează puterea mecanică dezvoltată de motor când mișcarea devine uniformă. Exprimă puterea în CP.

3.11. Două păsări zboară la aceeași înălțime cu vitezele v_1, respectiv v_2 $(v_1 = 2v_2)$. Dacă masele celor două păsări sunt în relația $m_2 = 2m_1$, determină în ce raport sunt energiile lor potențiale și cinetice.

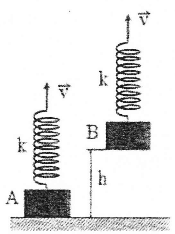
3.12. Dintr-un turn sunt aruncate simultan două sfere cu aceeași viteză $v = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

O sferă este aruncată vertical în jos, iar alta vertical în sus. Care dintre sfere ajunge cu viteză mai mare la sol? Calculează această viteză, considerând pierderile energetice neglijabile.

3.13. Sub acțiunea unei forțe, o bilă de biliard de masă $m = 100\,\text{g}$ își micșorează viteza de la $v_1 = 8\frac{\text{m}}{\text{s}}$ la $v_2 = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calculează variația energiei cinetice și precizează sensul forței ce se exercită asupra bilei.

3.14. Un sportiv de masă $m = 64\,\text{kg}$ sare cu parapanta și planează cu viteza constantă $v = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}$, coborând de la înălțimea $h_1 = 50\,\text{m}$ la înălțimea $h_2 = 40\,\text{m}$. Înălțimile sunt măsurate față de același nivel de referință. Care sunt variațiile energiei cinetice și potențiale?

3.15. Dani ridică lent un ghiozdan cu masa $m = 5\,\text{kg}$ prin intermediul unui resort elastic de constantă elastică $k = 250\frac{\text{N}}{\text{m}}$ la înălțimea $h = 1{,}2\,\text{m}$. Calculează:



a) lucrul mecanic efectuat pentru deformarea resortului;
b) lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea ghiozdanului de către Dani;
c) variația energiei potențiale gravitaționale a sistemului ghiozdan – pământ.

3.16. Un copil alunecă liber pe un tobogan de la înălțimea $h = 2\,\text{m}$.
a) Care este valoarea vitezei pe care o are copilul la baza toboganului? Consideră că nu există pierderi de energie prin frecare.
b) Unghiul făcut de tobogan cu orizontala este $\alpha = 45°$. Considerând că forța de frecare la alunecare reprezintă 40% din greutatea copilului, calculează viteza lui la baza toboganului.

3.17. Fiecare dintre firele elastice din care este confecționată o praștie are constanta elastică $k = 100\frac{\text{N}}{\text{m}}$. În praștie se pune o pietricică cu masa $m = 50\,\text{g}$ și se întinde fiecare fir al praștiei cu $\Delta\ell = 10\,\text{cm}$. Calculează:



a) viteza cu care este lansată pietricica;
b) înălțimea la care ajunge piatra, considerând că aceasta este lansată pe verticală de la înălțimea $h = 1{,}5\,\text{m}$.

3.18. O grindă de lemn cu densitatea $\rho = 0{,}6\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, aria secțiunii $S = 300\,\text{cm}^2$ și lungimea $\ell = 4\,\text{m}$ este ridicată la înălțimea $h = 15\,\text{m}$ într-o mișcare uniformă, cu ajutorul unui scripete compus. Grinda este ținută tot timpul orizontală. Dacă forța necesară pentru ridicarea grinzii este $F = 600\,\text{N}$, calculează:
a) lucrul mecanic necesar pentru ridicarea grinzii;
b) variația energiei potențiale a sistemului grindă – pământ;
c) randamentul mecanic la ridicarea grinzii.

3.19. Un puc își micșorează viteza de la $v_1 = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ la $v_2 = 8\frac{\text{m}}{\text{s}}$ pe distanța $d = 20\,\text{m}$, străbătută pe orizontală. Calculează coeficientul de frecare la alunecare dintre puc și suprafața de gheață.

3.20. O săniuță cu masa $m = 4\,\text{kg}$ este ridicată uniform, cu un randament $\eta = 70\%$ pe un plan înclinat. Dacă săniuța este lansată de la baza planului înclinat cu energia cinetică $E_c = 50\,\text{J}$, determină înălțimea maximă la care ajunge săniuța pe planul înclinat.

3.21. Pe o pârtie înclinată cu unghiul $\alpha = 30°$ alunecă cu frecare de la înălțimea $h = 20\,\text{m}$ o săniuță cu masa $m = 40\,\text{kg}$. Energia mecanică a săniuței în momentul lansării este $E_1 = 11200\,\text{J}$, iar forța de frecare la alunecare este 10% din greutatea săniuței. Calculează:
a) lucrul mecanic efectuat de forța de frecare până când aceasta ajunge la baza pârtiei;
b) viteza pe care o are săniuța la baza pârtiei.

3.22. Un balot de materiale textile cu masa $m = 80\,\text{kg}$ este ținut în echilibru cu un randament $\eta = 80\%$ la capătul unui fir inextensibil trecut peste un scripete fix. Calculează lucrul mecanic necesar pentru a ridica, respectiv coborî balotul pe înălțimea $h = 15\,\text{m}$.

3.23. Două sticle identice, una plină cu apă, iar cealaltă goală, cad liber de la aceeași înălțime. Considerând pierderile energetice datorate frecărilor cu aerul neglijabile, determină care dintre cele două sticle va ajunge cu viteză mai mare la sol.

3.24. O minge este aruncată de la sol, vertical în sus, cu viteza inițială $v_0 = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

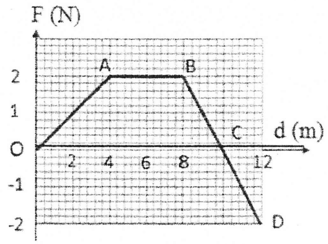
Determină viteza pe care o are mingea la jumătatea înălțimii maxime la care aceasta poate ajunge, considerând pierderile energetice datorate frecărilor cu aerul neglijabile.

3.25. O bilă de biliard A are în momentul ciocnirii frontale cu o altă bilă identică B, aflată în repaus, viteza v. Precizează care va fi viteza bilelor imediat după ciocnire.

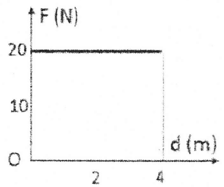
C. Probleme de performanță

3.1. Coada unui mop face cu podeaua un unghi de aproximativ $60°$. Dacă se mărește coada mopului, forța care pune mopul în mișcare se poate micșora și în acest fel lucrul mecanic?

3.2. Forța exercitată de un copil asupra unei săniuțe variază în funcție de distanță ca în figura alăturată. Precizează pe care dintre porțiuni se efectuează lucru mecanic. Calculează lucrul mecanic motor și lucrul mecanic total efectuat asupra săniuței.



3.3. Adi reprezintă grafic dependența forței de tracțiune de distanța pe care aceasta își deplasează punctul de aplicație (vezi figura alăturată). Care este puterea mecanică dezvoltată de forța de tracțiune în timpul $t = 10\,\text{s}$?



3.4. Un sac cu var de masă $m = 25\,\text{kg}$ este tras pe o podea de o forță a cărei direcție face cu podeaua unghiul $\alpha = 30°$. Sacul este tras într-o mișcare uniformă pe distanța $d = 8\,\text{m}$, iar coeficientul de frecare la alunecare dintre sac și podea este $\mu = 0,6$.

a) Calculează lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea sacului.

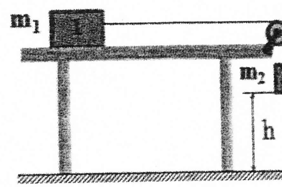
b) Se modifică valoarea forței dacă sacul este împins? Calculează diferența dintre lucrul mecanic efectuat de fiecare forță în cele două cazuri.

3.5. Un automobil cu masa $m = 1200\,\text{kg}$ este frânat până la blocarea roților. Urmele anvelopelor pe șosea, până la oprirea automobilului, au lungimea $d = 49\,\text{m}$, iar valoarea forței de frânare este $F_f = 2400\,\text{N}$. Care a fost valoarea vitezei în momentul începerii frânării?

3.6. Pe o masă este întins un cablu omogen, flexibil, de masă $m = 4\,\text{kg}$ și lungime $\ell = 120\,\text{cm}$. Când o porțiune a cablului, de lungime $\ell_1 = 0,4\,\text{m}$, atârnă la marginea mesei, acesta începe să alunece. Forța medie de frecare dintre cablu și masă este $F_f = 0,2G$. Calculează lucrul mecanic efectuat de forța de frecare.

3.7. Un cablu flexibil de lungime $\ell = 5\,\text{m}$ este trecut simetric peste un scripete ideal, cu raza R $(R \ll \ell)$. Datorită unei trepidații, lanțul începe să coboare. Calculează viteza lațului în momentul în care părăsește scripetele.

3.8. Pentru a determina coeficientul de frecare la alunecare, folosim sistemul reprezentat în figura alăturată, în care corpul 1 are masa $m_1 = 0,3\,\text{kg}$, corpul 2 are masa $m_2 = 0,1\,\text{kg}$, iar înălțimea la care se află corpul 1 este $h = 1\,\text{m}$. Inițial sistemul este blocat. După deblocarea sistemului, corpul 1 parcurge până la oprire distanța $d = 1,5\,\text{m}$. Calculează:



a) energia mecanică a corpului 2 înainte de deblocarea sistemului;

b) coeficientul de frecare la alunecare dintre corpul 1 și suprafața orizontală pe care acesta se mișcă;

c) lucrul mecanic efectuat de forța de frecare.

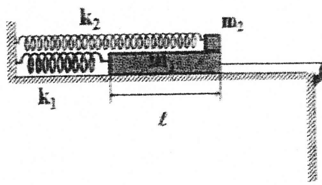
3.9. Un avion ușor de masă $m = 500\,\text{kg}$, cu motorul oprit, planează cu viteza $v = 40\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$. În timpul coborârii de la înălțimea $h_1 = 3\,\text{km}$ la înălțimea $h_2 = 2000\,\text{m}$, avionul parcurge distanța $d = 10\,\text{km}$. Calculează:

a) variația energiei cinetice a avionului;

b) variația energiei potențiale a sistemului avion – pământ;

c) puterea pe care trebuie să o dezvolte motorul avionului pentru a urca pe același drum, cu aceeași viteză, la înălțimea h_1.

3.10. Pe o scândură de masă $m_1 = 0,2\,\text{kg}$ și lungime $\ell = 20\,\text{cm}$ este așezat un corp de dimensiuni mici, cu masa $m_2 = 0,1\,\text{kg}$. Scândura și corpul sunt prinse de un perete prin intermediul a două resorturi foarte ușoare, având constantele elastice $k_1 = 50\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$ și, respectiv, $k_2 = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$.

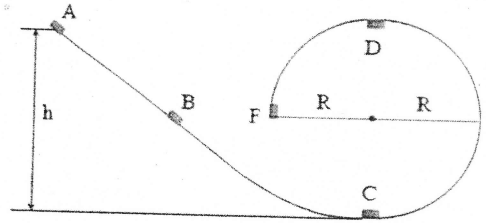


De scândură este prins un fir, la capătul căruia este agățat un alt corp (vezi figura alăturată). Forțele de frecare la alunecare apărute între oricare suprafețe au modulele egale cu 50% din valorile numerice ale forțelor normale de apăsare pe suprafețele de contact. Scripetele și firul sunt ideale.

a) Determină masa M a corpului suspendat, pentru care scândura este scoasă de sub corpul de mici dimensiuni.

b) Variația energiei potențiale a sistemului corp M – pământ, când corpul mic cade de pe scândură.

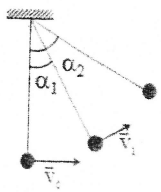
3.11. Un corp de mici dimensiuni lăsat liber din punctul A ajunge în punctul D cu viteza $v_D = \sqrt{gR}$ (vezi figura alăturată). Raza sectorului circular este $R = 10\,\text{cm}$. Consideră că efectul forțelor de frecare este neglijabil.



a) Precizează în care dintre cele patru stări A, B, C, D energia cinetică a corpului este cea mai mare.
b) Calculează înălțimea de la care este lăsat liber corpul.
c) Calculează viteza corpului în momentul în care acesta părăsește sectorul circular.

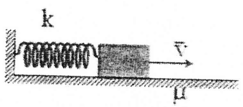
3.12. O sferă mică și grea cade liber de la înălțimea $h = 125\,\text{m}$. Neglijând frecările cu aerul, calculează:
a) viteza la înălțimea $h_1 = 105\,\text{m}$;
b) înălțimea h_2 la care $E_{c2} = 2E_{p2}$;
c) distanța pe care pătrunde în sol, dacă forța de rezistență întâmpinată din partea solului este $F_r = nG$, unde $n = 251$.

3.13. La capătul unui fir inextensibil de masă neglijabilă, cu lungimea $\ell = 1\,\text{m}$ este suspendată o sferă mică. Sferei i se imprimă o viteză $v_0 = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$ orientată orizontal. Considerând frecările cu aerul neglijabile, calculează:



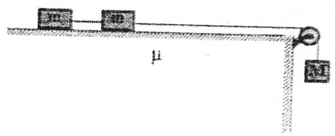
a) viteza sferei în momentul în care unghiul de deviație este $\alpha_1 = 30°$.
b) unghiul maxim de deviație.

3.14. Resortul de constantă elastică $k = 100\frac{\text{N}}{\text{m}}$ din figura alăturată a fost comprimat cu $\Delta\ell = 10\,\text{cm}$ și apoi blocat. Corpul de masă $m = 1\,\text{kg}$ pus în contact cu resortul poate aluneca pe suprafața orizontală, coeficientul de frecare de alunecare fiind $\mu = 0,4$. Calculează:



a) viteza imprimată corpului prin destinderea resortului, care se deblochează;
b) distanța străbătută de corp până în momentul opririi.

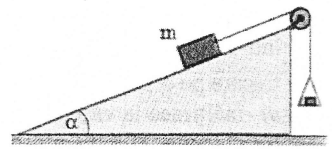
3.15. Două corpuri identice, de masă $m = 500\,\text{g}$ fiecare, sunt legate unul de altul și pot aluneca cu frecare pe o suprafață orizontală.



Coeficientul de frecare de alunecare între oricare corp și suprafață este $\mu = 0,4$. De unul dintre corpuri se prinde un fir inextensibil, de masă neglijabilă, trecut peste un scripete fix, iar la celălalt capăt al firului se suspendă un corp de masă M. Randamentul la mișcarea uniformă a sistemului pe distanța $d = 60\,\text{cm}$ este $\eta = 80\%$. Calculează:
a) masa M a corpului suspendat;
b) lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare;
c) variația energiei potențiale a sistemului format din corpuri și pământ, după ce acesta a parcurs distanța d.

3.16. O minge elastică de masă $m = 200\,\text{g}$ cade liber de la înălțimea $h = 20\,\text{m}$. În urma fiecărei ciocniri cu solul pierde 20% din energia avută înaintea ciocnirii. Considerând frecările cu aerul neglijabile, calculează:
a) energia cinetică dinaintea primei ciocniri cu solul;
b) energia potențială maximă avută după prima ciocnire;
c) lucrul mecanic efectuat de greutate până la a doua ciocnire cu solul.

3.17. La ora de fizică, în cadrul unui experiment (vezi figura alăturată), Andrei constată că, pentru o masă totală (platanul și corpurile etalon) $m_1 = 50\,\text{g}$ pusă pe platan, corpul de pe planul înclinat coboară uniform, iar pentru o masă totală $m_2 = 100\,\text{g}$ pusă pe platan, corpul de pe plan urcă uniform. Planul înclinat are înălțimea $h = 25\,\text{cm}$, unghiul $\alpha = 30°$, iar firul este ideal. Ajută-l pe Andrei să determine:



a) masa corpului de pe planul înclinat;
b) randamentul la urcarea uniformă a corpului pe planul înclinat;
c) lucrul mecanic efectuat de forța de frecare când corpul parcurge toată lungimea planului înclinat.

3.18. Un corp de masă $m = 120\,\text{g}$ este ridicat cu un randament $\eta = 75\%$ într-o mișcare uniformă pe un plan înclinat cu dimensiunile $h = 25\,\text{cm}$ și $\ell = 50\,\text{cm}$. După ce corpul ajunge în vârful planului înclinat, este lăsat să alunece liber spre baza planului, după care se oprește pe un plan orizontal. La trecerea de pe planul înclinat pe planul orizontal corpul pierde 20% din energia avută la baza planului, iar pe planul orizontal forța de frecare la alunecare este 20% din greutatea lui. Calculează:
a) forța necesară pentru urcarea corpului;
b) viteza corpului la baza planului înclinat;
c) distanța pe care se oprește corpul pe planul orizontal;
d) lucrul mecanic necesar pentru readucerea corpului în vârful planului înclinat, pe același drum (consideră în acest caz că nu au loc pierderi de energie la trecerea de pe un plan pe altul).

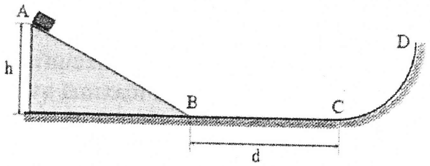
3.19. O ladă cu masa $m = 25\,\text{kg}$ se mișcă uniform pe un plan orizontal sub acțiunea unei forțe $F = 50\,\text{N}$ ce face unghiul $\alpha = 30°$ cu direcția de mișcare.

a) Calculează lucrul mecanic necesar pentru deplasarea lăzii pe distanța $d = 20\,\text{m}$.

b) Lada este ridicată apoi pe un plan înclinat cu unghiul $\beta = 45°$. Forța de frecare la alunecare reprezintă 20% din greutate. Calculează lucrul mecanic necesar pentru ridicarea lăzii la înălțimea $h = 4\,\text{m}$ și variația energiei potențiale gravitaționale a sistemului ladă-pământ.

c) Determină forța minimă, paralelă cu planul, necesară pentru menținerea lăzii în echilibru pe planul înclinat.

3.20. Un corp, pornind din repaus, alunecă fără frecare pe un plan înclinat de înălțime $h = 1\,\text{m}$. Ajungând la baza planului, corpul se deplasează cu frecare $(\mu = 0{,}3)$ pe o suprafață orizontală plană până într-un punct C, parcurgând distanța $d = 2\,\text{m}$. Din punctul C, corpul urcă fără frecare pe o suprafață curbă CD. Calculează:



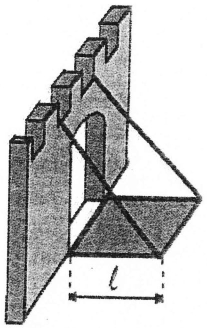
a) înălțimea la care urcă corpul pe suprafața CD;

b) distanța, față de punctul B, la care se oprește corpul;

c) trei valori ale coeficientului de frecare pentru care corpul se oprește în punctul C. Generalizare.

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika!", 2010 Brăila, *de:*
prof. Constantin Rus, Colegiul Național „L. Rebreanu" – Bistrița
prof. Viorel Popescu, Colegiul Național „Ion C. Brătianu" – Pitești
prof. Petrică Plitan, Colegiul Național „Gh. Șincai" – Baia Mare

3.21. Castelul medieval al zmeului este înconjurat de un șanț de apărare. Accesul în castel se face pe un pod mobil care poate fi ridicat prin intermediul a două frânghii legate de capătul podului, ca în figura alăturată. Aflând că Făt-Frumos vine să o salveze pe Ileana-Cosânzeana, zmeul ridică podul până în poziție verticală. Când podul începe să se ridice, frânghiile fac un unghi $\alpha = 60°$ cu orizontala, iar tensiunea din fiecare frânghie este $T = 1000\,\text{N}$. Consideră $g = 10\,\text{N/kg}$.



a) Calculează lucrul mecanic efectuat de greutatea podului în timpul ridicării acestuia, știind că masa podului este uniform distribuită, iar lungimea lui este $\ell = 6\,\text{m}$.

b) Pentru a intra în castel, Făt-Frumos folosește o scară cu lungimea $L = 10\,\text{m}$ și masa $m = 20\,\text{kg}$. Scara, având masa uniform distribuită, este

sprijinită de zidul castelului într-un punct situat la înălțimea $h = 8\,\text{m}$ față de baza scării. Zidul castelului este neted, astfel încât nu există frecare între scară și zid. Baza scării se află pe o suprafață orizontală cu frecare. Reprezintă forțele care acționează asupra scării și determină valoarea forței de reacțiune normală care acționează asupra bazei scării atunci când Făt-Frumos este pe scară, dacă masa lui este $M = 80\,\text{kg}$.

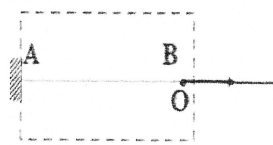
c) Determină expresia forței de frecare dintre baza scării și suprafața orizontală de sprijin în funcție de distanța x la care se află Făt-Frumos față de capătul inferior al scării, știind că scara nu alunecă.

Subiect propus la ONF 2009, Râmnicu Vâlcea, de:
prof. Sorin Valerian Chirilă – Colegiul Economic „Dionisie Pop Marțian", Alba Iulia
prof. Liviu Blanariu – Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar, București
prof. Petrică Plitan – Colegiul Național „Gheorghe Șincai", Baia Mare

3.22. Într-o cutie închisă cu pereți din material opac (numită adesea „cutie neagră") se găsesc două fire elastice prinse fiecare între punctele A și B, A fiind fix, iar B poate culisa de-a lungul semiaxei Ox (vezi figura). În punctul B acționează forța F care variază foarte lent și deformează firele din cutie, obținându-se valorile din tabelul de mai jos, unde x este deplasarea punctului de aplicație al forței F:

x (m)	0	0,005	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
F (N)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,8	1,20	1,60	2,00

a) Reprezintă grafic modulul forței F în funcție de deplasarea x a punctului B. Analizând graficul obținut, descrie și explică structura sistemului mecanic din cutie.

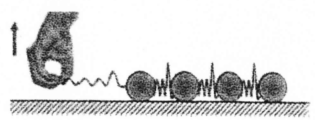


b) Determină constantele de elasticitate k_1 și k_2 ale celor două fire.

c) Calculează lucrul mecanic efectuat de forța F pentru $x \in [0; 0{,}040]\,\text{m}$.

Subiect propus la ONF, 2010, Constanța de:
prof. Constantin Rus, Colegiul Național „L. Rebreanu", – Bistrița
prof. Viorel Popescu, Colegiul Național „I.C. Brătianu", – Pitești
prof. Petrică Plitan, Colegiul Național „Gh. Șincai", – Baia Mare

3.23. Patru bile identice, de masă $m = 200\,\text{g}$ fiecare, așezate în același loc pe o suprafață orizontală netedă sunt legate între ele prin fire elastice ideale de lungime nedeformată $\ell_0 = 20\,\text{cm}$ și constantă de elasticitate $k = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$, ca în figura alăturată. Se acționează asupra capătului liber al firului, care are aceleași caracteristici ca și celelalte



fire din sistem, ridicându-l foarte lent pe verticală până în momentul în care ultima bilă se desprinde de suprafața orizontală.

a) Reprezintă grafic forța de tracțiune în funcție de deplasarea, pe verticală, a punctului de aplicație al acesteia până în momentul în care ultima bilă se desprinde de suprafața orizontală.

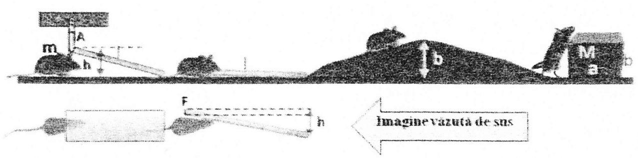
b) Calculează lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune în acest proces.

c) Calculează lucrul mecanic al greutății sistemului în același proces. Explică diferența dintre valorile lucrului mecanic calculate la punctele b) și c).

Consideră $g=10\frac{N}{kg}$.

Subiect propus la ONF, 2011, Arad, de:
prof. Pop Ioan – Colegiul Național „Mihai Eminescu", Satu Mare
prof. Chirilă Sorin – Colegiul Economic „Dionisie Pop-Marțian", Alba Iulia
prof. Plitan Petrică – Colegiul Național „Gheorghe Șincai", Baia Mare

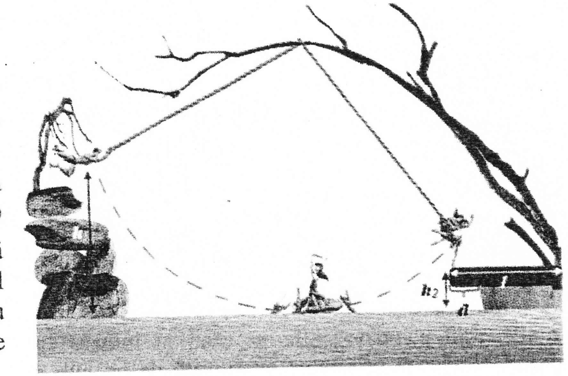
3.24. Un șoricel cu masa $m=20\,g$ și înălțimea (considerată constantă) $h=2\,cm$ parcurge un „traseu cu obstacole" pentru a ajunge la o bucată de brânză. Pentru început „dihania" trebuie să ridice o lamelă din material plastic de masă $m=20\,g$ și lungime $\ell=20\,cm$ (lamela se poate mișca fără frecare în jurul articulației din punctul A și este ridicată practic la înălțimea șoricelului). Frecarea dintre șoricel și lamelă este neglijabilă. După ce scapă de lamelă, șoricelul împinge un creion-obstacol de masă $m=20\,g$, așezat oblic, până când se aliniază cu direcția lui de deplasare. Creionul se poate mișca doar în jurul punctului F, coeficientul de frecare dintre creion și suprafața pe care se mișcă este $\mu=0,2$, iar capătul opus punctului F se deplasează lent pe distanța h. În continuare, șoricelul traversează cu viteză constantă un delușor de înălțime maximă b și ajunge la bucățica de brânză, pe care o răstoarnă de două ori în sensul lui de mers, apoi o împinge (o târăște) pe distanța $a+b$, coeficientul de frecare fiind $\mu=0,2$. Bucata de brânză, considerată de forma unui paralelipiped dreptunghic cu baza un pătrat cu latura $a=4\,cm$ și înălțimea $b=3\,cm$, are masa $M=45\,g$.



Calculați lucrul mecanic cheltuit de șoricel pentru cele cinci situații distincte.

Subiect propus la ONF, 2012, Ilfov, de:
prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân", Constanța
prof. Florin Măceșanu, Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare", Alexandria
prof. Constantin Rus, Colegiul Național „Liviu Rebreanu", Bistrița

3.25. Jane se află pe o plută înconjurată de crocodili. Tarzan, observând primejdia, pentru a o salva, se lansează cu viteza v_1 pe o liană, de la înălțimea $h_1=7\,m$. O preia pe Jane de pe plută și continuă drumul împreună, ajungând cu viteză nulă pe o lespede de lungime $\ell=3\,m$, situată la înălțimea h_2, la capătul din stânga (vezi figura). Viteza celor doi imediat după preluare este cu $f=37,5\%$ mai mică față de viteza pe care o avea Tarzan înainte de preluare.



Pentru a o putea ridica pe Jane, Tarzan trebuie să aibă în momentul preluării viteza $v_2=12\frac{m}{s}$.

a) Calculează valoarea minimă a vitezei v_1 în momentul lansării cu liana.

b) Determină valoarea înălțimii h_2 la care este situată lespedea pe care ajung cei doi.

c) Determină masa minimă M a lespezii, pentru ca aceasta să nu se răstoarne la sosirea celor doi.

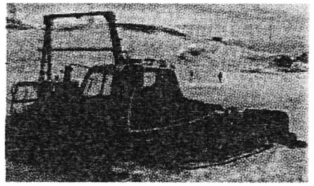
Înălțimile sunt măsurate față de nivelul apei. Se cunosc: masa $m_1=75\,kg$ a lui Tarzan, masa lui Jane $m_2=45\,kg$, distanța la care este sprijinită lespedea $d=1\,m$. Liana legată de creanga rigidă este inextensibilă, frecările cu aerul se neglijează, iar accelerația gravitațională este $g=10\frac{N}{kg}$.

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika!", 2013 Brăila de:
prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân" – Constanța
prof. Florin Măceșanu, Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare" – Alexandria
prof. Constantin Rus, Colegiul Național „Liviu Rebreanu" – Bistrița

4. Mecanica fluidelor

A. Probleme de nivel elementar

4.1. Care este unitatea de măsură pentru presiune? Exprimă unitatea de măsură folosind doar unități de măsură fundamentale.



4.2. În figura alăturată este prezentat un utilaj folosit pentru pregătirea pârtiei de schi. Din ce motiv suprafața de lucru a acestuia trebuie să fie cât mai mare?

4.3. Calculează presiunea exercitată de un cub din fier $\left(\rho = 7{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ cu latura $\ell = 10\,\text{cm}$ așezat pe o suprafață orizontală.

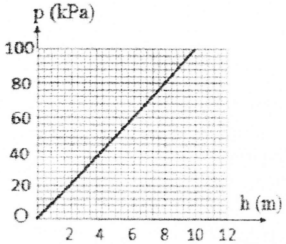
4.4. Determină presiunea pe care o exercită vârful unui creion cu diametrul $d = 0{,}7\,\text{mm}$ asupra hârtiei, atunci când se scrie cu el, dacă forța normală de apăsare este $F = 0{,}5\,\text{N}$.

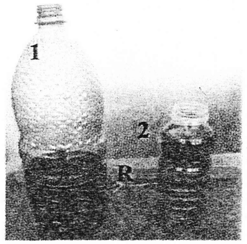
4.5. Care este modulul forței care, acționând perpendicular și uniform pe o suprafață de arie $S = 40\,\text{cm}^2$, exercită pe aceasta presiunea $p = 1250\,\text{Pa}$?

4.6. Presiunea exercitată de ghiozdanul unui elev asupra umerilor săi este $p = 20\,\text{kPa}$. Știind aria suprafeței de contact dintre un umăr și una dintre curelele ghiozdanului $S = 10\,\text{cm}^2$, determină masa ghiozdanului.

4.7. Într-un vas cilindric se pune apă $\left(\rho = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$ până la înălțimea $h = 15\,\text{cm}$. Calculează presiunea hidrostatică exercitată pe fundul vasului.

4.8. În graficul alăturat este reprezentată presiunea exercitată de un lichid în funcție de adâncime. Folosește reprezentarea grafică și determină densitatea lichidului.





4.9. Cele două PET-uri din imaginea alăturată conțin același lichid și comunică prin partea inferioară printr-un tub prevăzut cu robinet, iar nivelul lichidului este diferit. Precizează sensul în care va curge lichidul la deschiderea robinetului.

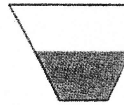


4.10. Presupunând că Torricelli ar fi folosit apa în locul mercurului în experimentul pentru determinarea presiunii hidrostatice, care ar fi trebuit să fie lungimea tubului de sticlă pe care acesta l-a folosit?

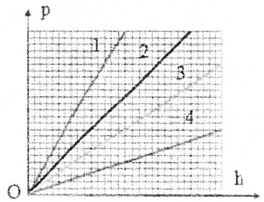
4.11. În imaginea alăturată se observă un PET din care curge apă. Cum explici deformarea PET-ului în timp ce se golește?

4.12. Care trebuie să fie înălțimea unei coloane de apă $\left(\rho = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ pentru a exercita pe fundul vasului în care se află presiunea hidrostatică $p = 5000\,\text{Pa}$?

4.13. Vasul din figura alăturată conține un lichid omogen. Cum se modifică presiunea hidrostatică exercitată pe capac când vasul se rotește cu 180°, iar capacul închide ermetic vasul?



4.14. În graficul alăturat este reprezentată presiunea hidrostatică în funcție de adâncimea de scufundare, pentru patru lichide diferite. Care dintre drepte corespunde lichidului cu densitatea cea mai mare?



4.15. În două vase comunicante se introduce apă $\left(\rho_a = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$. Într-unul dintre vase se toarnă încet un lichid necunoscut până când diferența de nivel a apei în vase este $\Delta h = 4\,\text{cm}$, iar înălțimea coloanei din lichidul necunoscut este $h = 5\,\text{cm}$. Cele două lichide nu sunt miscibile. Calculează densitatea lichidului necunoscut.

4.16. Raportul secțiunilor unei prese hidraulice este 4. Care este valoarea forței exercitate asupra pistonului mare, dacă asupra pistonului mic acționează o forță $F_1 = 100\,\text{N}$?

4.17. Raportul forțelor ce acționează asupra pistoanelor unei prese hidraulice este 25. Care este valoarea raportului dintre diametrele pistoanelor?

4.18. Un corp omogen de greutate $G = 27\,\text{N}$ și densitate $\rho = 2{,}7\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ este scufundat complet în apă $\left(\rho_a = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$. Calculează valoarea forței arhimedice ce acționează asupra corpului.

4.19. O sferă omogenă de lemn $\rho = 0,75\frac{g}{cm^3}$ plutește într-un lichid cu densitatea $\rho_0 = 1,2\frac{g}{cm^3}$. Determină fracțiunea din volumul sferei rămasă deasupra lichidului.

4.20. Greutatea în vid a unui obiect este $G = 54\,N$. Știind greutatea lui când este scufundat complet în apă $G_a = 34\,N$, calculează valoarea forței arhimedice ce acționează asupra obiectului.

4.21. Forța arhimedică ce acționează asupra unui corp din plută, scufundat într-un fluid, este $F_A = 10\,N$, iar forța ascensională are valoarea $F_a = 6,5\,N$. Calculează valoarea greutății corpului.

4.22. Cum se modifică linia de plutire a unui vapor care trece din Marea Neagră în Dunăre? Se cunosc: densitatea apei sărate $\rho_1 = 1,026\frac{g}{cm^3}$ și densitatea apei dulci $\rho_2 = 1\frac{g}{cm^3}$.

4.23. Care este procedura de scufundare, respectiv de ieșire la suprafață a unui submarin?

4.24. Pe platanele unei balanțe cu brațe egale se pun două pahare identice, astfel că balanța este în echilibru. Într-unul dintre pahare se pune o bucată de lemn, după care fiecare pahar se umple complet cu apă. Stabilește dacă după umplerea paharelor echilibrul balanței se menține.

4.25. De un resort de constantă elastică $k = 10\frac{N}{m}$ se suspendă o piatră cu masa $m = 200\,g$. Piatra se introduce într-un vas cu apă. Alungirea resortului ținut vertical când piatra este scufundată integral are valoarea $\Delta\ell = 7,5\,cm$. Calculează valoarea forței arhimedice ce acționează asupra pietrei.

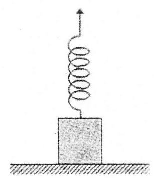
B. Probleme de nivel mediu

4.1. Corpul paralelipipedic din trusa de fizică este așezat cu fața de arie $S = 40\,cm^2$ pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30°$. Cunoscând că masa paralelipipedului este $m = 120\,g$, determină care este presiunea pe care o exercită acesta asupra planului înclinat.

4.2. Un corp de mici dimensiuni cu masa $m = 5\,kg$ este tras prin alunecare pe o suprafață orizontală de o forță $F = 16\,N$, care face cu direcția de mișcare unghiul $\alpha = 30°$. Aria suprafeței de contact este $S = 40\,cm^2$. Determină presiunea exercitată de corp pe suprafața orizontală.

4.3. Un cilindru drept cu diametrul exterior $d_1 = 8\,cm$, diametrul interior $d_2 = 7,4\,cm$ conține apă cu densitatea $\rho = 1\frac{g}{cm^3}$. Înălțimea coloanei de apă din cilindru este $h = 25\,cm$, iar presiunea totală exercitată pe fundul cilindrului este $p = 103134,3\,Pa$. Cilindrul este deschis, iar presiunea atmosferică este $p_0 = 100\,kPa$. Determină masa cilindrului fără apă.

4.4. Un cub omogen cu masa $m = 22\,kg$ și latura $\ell = 20\,cm$, așezat pe o suprafață orizontală, este legat la capătul unui resort elastic de constantă $k = 2400\frac{N}{m}$ (figura alăturată). De celălalt capăt al resortului se trage vertical foarte lent. Determină cât este alungirea resortului în momentul în care presiunea exercitată de cub pe suprafață este $p = 2500\,Pa$.



4.5. Un pahar de formă cilindrică, cu diametrul exterior $D = 63\,mm$ și diametrul interior $d = 60\,mm$, are masa $m = 200\,g$.

a) Determină presiunea exercitată de paharul gol (masa aerului din pahar se neglijează) când acesta este așezat normal și, respectiv, când este așezat cu gura în jos.

b) Calculează presiunea totală exercitată de pahar pe suprafața pe care este așezat atunci când în pahar se pune apă $\left(\rho = 1\frac{g}{cm^3}\right)$ până la înălțimea $h = 10\,cm$. Presiunea atmosferică este $p_0 = 100\,kPa$.

4.6. Apa dintr-un canal de irigație cu secțiunea trapez având lungimile bazelor $\ell_1 = 1,2\,m$, respectiv $\ell_2 = 4\,m$ și înălțimea $h = 3\,m$ este oprită de un stăvilar (baraj) așezat perpendicular pe canal. Calculează forța exercitată de apă asupra stăvilarului.

4.7. Un vas așezat pe o masă orizontală conține apă $\left(\rho_1 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$ până la înălțimea $h_1 = 10\,cm$.

a) Care este presiunea hidrostatică exercitată de apă pe fundul vasului?

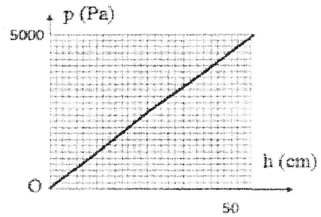
b) Dacă în vas se mai adaugă o masă de ulei $\left(\rho_2 = 0{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ egală cu cea a apei, care este presiunea hidrostatică exercitată de cele două lichide pe fundul vasului? Dar înălțimea coloanei de ulei?

4.8. Presiunea hidrostatică exercitată de o coloană de apă $\left(\rho_1 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ pe baza unui cilindru drept este $p_1 = 1500\,\text{Pa}$. În cilindru se mai adaugă un volum de ulei $\left(\rho_2 = 0{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ egal cu volumul de apă. Să se determine:

a) înălțimea apei din vas;
b) înălțimea coloanei de ulei adăugate în vas;
c) presiunea hidrostatică exercitată de cele două lichide pe fundul vasului.

4.9. Într-un vas s-au pus două lichide nemiscibile cu densitățile $\rho_1 = 13{,}6\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ și $\rho_2 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Determină diferența de presiune dintre două puncte ce aparțin lichidelor, situate la distanțe egale $d = 5\,\text{cm}$ față de suprafața de separare a lichidelor.

4.10. În graficul alăturat este reprezentată presiunea hidrostatică în funcție de adâncimea de scufundare pentru un vas cu secțiunea pătratică de arie $S = 1600\,\text{cm}^2$. Determină forța de presiune hidrostatică exercitată pe unul dintre pereții laterali ai vasului.



4.11. Un vas de formă cubică având latura $\ell = 20\,\text{cm}$ conține până la jumătate un lichid de densitate $\rho = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Vasul se fixează pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 30°$. Determină forțele de presiune hidrostatică exercitate asupra pereților, ale căror arii udate de lichid sunt diferite.

4.12. Două vase comunicante conțin apă $\left(\rho_a = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$. Într-unul dintre vase se pune o coloană de înălțime $h = 10\,\text{cm}$ dintr-un lichid necunoscut, care nu se amestecă cu apa. Având în vedere că între suprafețele libere ale lichidelor denivelarea este $\Delta h = 2$ cm, determină densitatea lichidului.

4.13. Un sistem de trei vase comunicante cu secțiunile $S_1 = 4\,\text{cm}^2$, $S_2 = 6\,\text{cm}^2$, conține apă până la înălțimea $h = 12\,\text{cm}$. În vasul cu secțiunea S_2 se toarnă o masă $m = 48\,\text{g}$ de ulei. Determină:

a) înălțimea h' a coloanei de ulei;
b) distanța pe care coboară apa în vasul în care se toarnă ulei și distanța pe care urcă în celelalte vase;
c) presiunea hidrostatică exercitată pe fundul fiecărui vas.

Se cunosc: densitatea apei $\rho = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ și a uleiului $\rho' = 0{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

4.14. Asupra pistonului mare al unei prese hidraulice acționează forța $F_2 = 2000$ N. La o apăsare cu o forță $F_1 = 100$ N asupra pistonului mic, acesta coboară pe distanța $h_1 = 2$ cm. Să se determine:

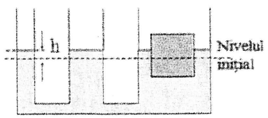
a) raportul ariilor secțiunilor pistoanelor;
b) pe ce distanță urcă pistonul mare.

4.15. O presă hidraulică cu ariile secțiunilor pistoanelor $S_1 = 20\,\text{cm}^2$, $S_2 = 500\,\text{cm}^2$ are randamentul $\eta = 80\%$. Atunci când asupra pistonului mic se acționează cu o forță $F_1 = 200\,\text{N}$, acesta coboară $h_1 = 4\,\text{cm}$. Determină:

a) distanța pe care urcă pistonul mare;
b) valoarea forței ce acționează asupra pistonului mare.

4.16. Cu ajutorul unei prese hidraulice, forța care acționează asupra pistonului mic este multiplicată de $n = 10$. Cunoscând că, la o apăsare a pistonului mic, acesta coboară pe distanța $h_1 = 1\,\text{cm}$, determină pe ce distanță urcă pistonul mare al presei hidraulice.

4.17. Vasele comunicante din figura alăturată au ariile secțiunilor $S_1 = 20\,\text{cm}^2$, $S_2 = 40\,\text{cm}^2$, $S_3 = 60\,\text{cm}^2$ și conțin apă $\left(\rho = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$. În vasul cu secțiunea cea mai mare se pune un cub cu masa $m = 60\,\text{g}$ care plutește pe apă. Determină:



a) distanța pe care a urcat lichidul în fiecare vas;
b) cu cât a crescut presiunea hidrostatică exercitată pe fundul fiecărui vas.

4.18. Un cub din cupru $\rho = 8{,}9\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ cu latura $\ell = 5\,\text{cm}$ este în echilibru, fiind complet scufundat într-un lichid de densitate $\rho_0 = 1{,}15\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Calculează golul pe care îl are cubul.

4.19. Care trebuie să fie aria minimă a unei scânduri cu grosimea $h = 5\,\text{cm}$ și densitatea $\rho = 500\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ pentru ca un copil cu masa $m = 45\,\text{kg}$ să o folosească drept plută pentru a traversa un lac? Densitatea apei este $\rho_0 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

4.20. Un lingou din aur $\left(\rho = 19{,}3\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ cu masa $m = 2\,\text{kg}$ se află pe fundul unui vas cu apă $\left(\rho_a = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$. Calculează forța necesară pentru a scoate lingoul din apă, într-o mișcare uniformă. Consideră frecările cu apa neglijabile.

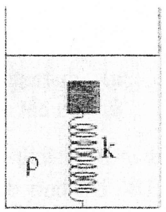
4.21. Un vapor plutește pe apa unui fluviu $\left(\rho_1 = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$, dezlocuind un volum de apă de $450\,\text{m}^3$.

a) Calculează masa vaporului.

b) Vaporul trece de pe fluviu pe mare $\rho_2 = 1028\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Calculează cu cât se modifică volumul de apă dezlocuit de vapor când plutește pe mare. Masa vaporului este constantă.

4.22. De un cilindru drept cu înălțimea $h_1 = 20\,\text{cm}$ și densitatea $\rho_1 = 0{,}32\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ se lipește un al doilea cilindru cu densitatea $\rho_2 = 7{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Sistemul format din cei doi cilindri de secțiuni egale se introduce într-un lichid de densitate $\rho_0 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Determină înălțimea h_2 pe care trebuie să o aibă al doilea cilindru pentru ca sistemul să fie în echilibru în interiorul lichidului.

4.23. O bucată de gheață $\left(\rho_0 = 0{,}9\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ de masă $m = 7{,}2\,\text{kg}$ este legată de un resort de constantă elastică $k = 400\frac{\text{N}}{\text{m}}$ care se află într-un vas cu apă $\left(\rho = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ ca în figura alăturată. Apa are temperatura de 0 °C, iar aria secțiunii vasului este $S = 2000\,\text{cm}^2$.



Florin Măceşanu

a) Calculează deformarea resortului înainte ca gheața să înceapă să se topească.

b) Determină cu cât se modifică nivelul apei din vas după ce gheața s-a topit complet.

4.24. O sferă goală în interior, cu masa $m = 1{,}78\,\text{kg}$ și densitatea materialului $\rho = 8{,}9\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, se află în echilibru în interiorul unui fluid cu densitatea $\rho_0 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Determină:

a) volumul golului și densitatea aparentă a sferei;

b) greutatea aparentă, când sfera se fisurează și în ea pătrunde fluid.

4.25. În două vase comunicante cu secțiunile $S_1 = 4\,\text{cm}^2$, $S_2 = 6\,\text{cm}^2$ se găsește apă $\left(\rho_1 = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$. În vasul cu secțiunea mai mare se pune o coloană de ulei $\left(\rho_2 = 800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$, astfel încât denivelarea apei în cele două vase să fie $\Delta h = 4\,\text{cm}$. Calculează:

a) lungimea coloanei de ulei;

b) înălțimea pe care a urcat apa în vasul cu secțiunea mai mică.

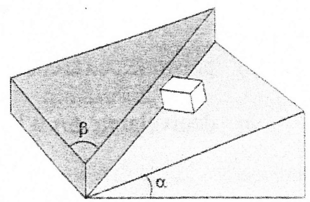
C. Probleme de performanță

4.1. Un cub omogen de lemn $\left(\rho = 0{,}6\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$ plutește la suprafața apei dintr-un vas, astfel că o porțiune $a = 6\,\text{cm}$ din latura cubului se află deasupra apei. Vasul are aria bazei $S = 400\,\text{cm}^2$, iar apa are densitatea $\rho_0 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Determină:

a) latura cubului;

b) cu cât se modifică presiunea hidrostatică exercitată de apă pe fundul vasului când cubul se scoate din vas.

4.2. Un cub cu densitatea $\rho = 2{,}7\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ și latura $\ell = 10\,\text{cm}$ alunecă liber pe un plan înclinat sprijinindu-se de peretele vertical al unei prisme triunghiulare, lipită pe planul înclinat ca în figura alăturată. Ansamblul format este introdus



într-un vas cu apă $\left(\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$. Determină:

a) presiunea exercitată de cub asupra planului înclinat;
b) presiunea exercitată de cub asupra peretelui vertical;
c) forța care deplasează cubul de-a lungul peretelui.
Se cunosc: $\alpha = 45°$, $\beta = 30°$.

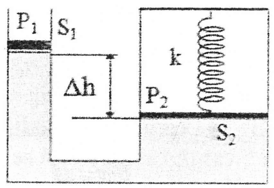
4.3. Un cub bine șlefuit se așază pe fundul neted al unui vas. În vas curge apă cu debit constant și mic. După un timp, stratul de apă $\left(\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$ aflat deasupra cubului cu latura $\ell = 10\,cm$ și densitatea $\rho = 8{,}9\frac{g}{cm^3}$, este $h = 20\,cm$. Determină:

a) greutatea aparentă a cubului;
b) presiunile exercitate pe fața superioară și inferioară din partea lichidului;
c) forța de presiune hidrostatică exercitată pe una din fețele laterale;
d) forța necesară pentru a scoate cubul într-o mișcare uniformă din lichid.
Forța de frecare cu apa se neglijează.

4.4. Într-un bazin cu aria $S = 500\,cm^2$, în care se află apă $\left(\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$, se introduce un cub de masă $m = 2{,}7\,kg$ și densitatea $\rho = 2{,}7\frac{g}{cm^3}$. Determină:

a) cu cât se modifică presiunea hidrostatică exercitată pe fundul bazinului prin introducerea cubului;
b) diferența de presiune dintre fețele inferioară și superioară ale cubului;
c) presiunea exercitată pe fundul bazinului de către cub.

4.5. Pentru sistemul din figura alăturată aflat în echilibru se cunosc: masele pistoanelor $m_1 = m_2 = 200\,g$, ariile secțiunilor $S_1 = 20\,cm^2$, respectiv $S_2 = 200\,cm^2$, constanta elastică a resortului $k = 3800\frac{N}{m}$ și comprimarea resortului $\Delta\ell_0 = 1\,cm$. Frecările se neglijează. Determină:



a) presiunea exercitată asupra pistonului P_2;
b) denivelarea Δh a lichidului $\left(\rho = 1\frac{g}{cm^3}\right)$ din cele două vase;
c) valoarea forței ce trebuie să acționeze perpendicular asupra pistonului P_1 pentru ca lichidul din cele două vase să fie la același nivel și comprimarea resortului în aceste condiții.

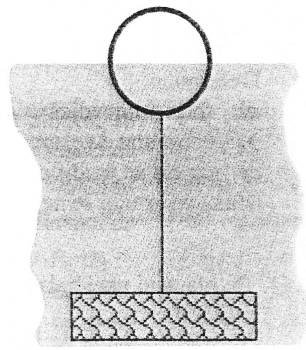
4.6. Într-un acvariu cu dimensiunile $L = 40\,cm$, $\ell = 30\,cm$, $h = 30\,cm$ se află un volum $V_a = 6\,dm^3$ de apă $\left(\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$. Să se determine care este volumul maxim al unui corp omogen cu densitatea $\rho = 0{,}75\frac{g}{cm^3}$ care poate să plutească în apa din acvariu, fără ca apa să se reverse.

4.7. O plută este confecționată dintr-un număr $n = 20$ de bușteni, fiecare având diametrul $d = 30\,cm$ și lungimea $\ell = 4\,m$. Determină:

a) volumul de apă dezlocuit de plută când se lansează pe un lac cu apă sărată;
b) masa maximă cu care se poate încărca pluta;
c) cu cât s-a modificat valoarea forței arhimedice la încărcarea plutei față de situația în care aceasta nu era încărcată.
d) cum trebuie modificată masa încărcăturii când pluta trece din lacul cu apă sărată într-un lac cu apă dulce.

Se cunosc: densitatea buștenilor $\rho = 0{,}4\frac{g}{cm^3}$, densitatea apei dulci $\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}$, densitatea apei sărate $\rho_{as} = 1{,}05\frac{g}{cm^3}$. Se consideră buștenii cilindrici și omogeni.

4.8. O geamandură de fier (densitatea fierului este $\rho = 7{,}8\frac{g}{cm^3}$) cu masa $m = 11{,}7\,kg$ are în interiorul său o cavitate vidată de volum $V_0 = 60\,dm^3$. Geamandura este legată printr-un cablu (inextensibil, de masă și volum neglijabile) de un bloc compact de beton așezat pe fundul mării (vezi figura alăturată). Determină:



a) tensiunea din cablu, când jumătate din volumul exterior al geamandurii se află în apă $\left(\rho_a = 1{,}028\frac{g}{cm^3}\right)$;
b) tensiunea maximă la care este supus cablul;

c) masa minimă a blocului de beton (cu densitatea $\rho' = 2,2\frac{g}{cm^3}$), de la celălalt capăt al cablului pentru ca el să nu se ridice de pe fundul mării (considerând că marea este liniştită).

4.9. Să presupunem că doreşti să-ţi construieşti un balon cu care să te poţi desprinde de sol. Balonul, al cărui înveliş cântăreşte $m = 20\,kg$, este umplut cu heliu $\left(\rho_1 = 178,5\frac{g}{m^3}\right)$ la presiunea atmosferică de la nivelul solului.
Legi balonul de o nacelă care, împreună cu accesoriile şi lestul, cântăreşte $m_0 = 150\,kg$. Considerând că masa ta şi a prietenilor pe care-i iei cu tine este $M = 200\,kg$, determină:
a) volumul minim pe care trebuie să-l aibă balonul, pentru a se desprinde de sol;
b) cum se modifică valoarea forţei arhimedice şi volumul balonului pe măsură ce balonul se ridică;
c) dar dacă balonul trebuie umplut complet cu heliu?
Densitatea aerului este $\rho_2 = 1,2928\frac{kg}{m^3}$. Volumul învelişului balonului se neglijează.

4.10. Un cub cu latura $\ell = 10\,cm$ şi densitatea $\rho = 0,75\frac{g}{cm^3}$ este prins de un resort elastic care are celălalt capăt fixat de fundul unui vas cu apă $\left(\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$.
Vasul are aria secţiunii $S = 400\,cm^2$, cubul este complet acoperit de apă, iar alungirea resortului este $\Delta\ell = 2\,cm$.
Determină:
a) forţa arhimedică exercitată asupra cubului;
b) constanta de elastică a resortului;
c) cu cât se modifică nivelul apei, când cubul scapă de la capătul resortului.
Masa resortului se neglijează.

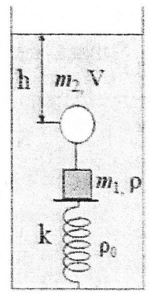
4.11. Pe platanul unei balanţe cu braţe inegale se pune un vas cu apă $\left(\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$.
Pe celălalt platan de la capătul braţului, de $n = 3$ mai lung decât celălalt braţ, se pun mase etalon până la echilibrarea balanţei. Determină cu cât trebuie modificată valoarea maselor etalon dacă un corp cu masa $m = 390\,g$ şi densitatea $\rho = 7,8\frac{g}{cm^3}$:

a) se pune pe platan lângă vasul cu apă;
b) se introduce în vasul cu apă;
c) se ţine cu un fir în apa din vas, astfel încât să nu atingă vasul.

4.12. Un cub cu latura $\ell = 10\,cm$ şi densitatea materialului $\rho = 1,1\frac{g}{cm^3}$ are în interior o cavitate vidată de volum $V_0 = 400\,cm^3$. Cubul este parţial scufundat într-un lichid de densitate $\rho_0 = 1\frac{g}{cm^3}$. Determină:
a) volumul de lichid dezlocuit de cub;
b) masa minimă a unui corp care trebuie aşezat pe cub pentru a-l scufunda complet;
c) densitatea lichidului cu care trebuie umplut golul astfel încât cubul să fie în echilibru în interiorul lichidului (corpul pus la punctul ***b*** se înlătură).

4.13. Improvizezi un densimetru dintr-o eprubetă cu masa $m = 10,73\,g$, diametrul exterior $d = 15\,mm$, lungimea $\ell = 16\,cm$, punând în ea alice de plumb cu masă $m_1 = 14\,g$. În eprubetă introduci o bandă din hârtie milimetrică pentru a măsura adâncimea de scufundare.
a) Determină poziţia centrului de presiune când „densimetrul" se introduce în apă $\left(\rho_1 = 1\frac{g}{cm^3}\right)$. Eprubeta are formă de cilindru drept.
b) Care este densitatea lichidului în care se introduce apoi „densimetrul" dacă porţiunea rămasă deasupra lichidului are lungimea $\ell_1 = 5\,cm$?
c) Care este densitatea minimă care poate fi măsurată cu acest „densimetru"?
d) Ce se întâmplă cu „densimetrul" dacă se introduce într-un lichid cu densitatea $\rho_3 = 3,2\frac{g}{cm^3}$?

4.14. Pentru sistemul din figura alăturată, aflat în echilibru, se cunosc: constanta elastică k a resortului, masa m_1 şi densitatea ρ a corpului omogen fixat de resort, masa m_2 şi volumul exterior V al sferei goale în interior, înălţimea h a coloanei de lichid aflate deasupra sferei şi densitatea lichidului ρ_0 ($\rho_0 <$ ρ). Firul cu care este legată sfera este inextensibil şi de masă neglijabilă, resortul este foarte uşor şi alungit, iar frecările sunt neglijabile.



a) Care este tensiunea din fir şi deformarea resortului?
Se taie firul care leagă sfera. Determină:
b) viteza cu care sfera ajunge la suprafaţa lichidului (raza sferei este mult mai mică în comparaţie cu înălţimea coloanei de lichid aflate deasupra);

c) deformarea resortului (după ce oscilațiile s-au amortizat);
d) volumul de lichid dezlocuit de sferă când ea plutește.

4.15. Două corpuri cubice omogene, cu aceeași latură $\ell = 8\,\text{cm}$, unul cu densitatea $\rho_1 = 2{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ și celălalt cu densitatea $\rho_2 = 0{,}4\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, se lipesc pe una dintre fețe, formând astfel un paralelipiped dreptunghic. Acesta se așază cu una dintre fețele mari pe fundul unui vas cu aria bazei $S_0 = 400\,\text{cm}^2$ și înălțimea suficient de mare. În vas începe să curgă apă $\left(\rho_0 = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$, prelingându-se pe perete cu un debit constant $Q_v = 1\frac{L}{\text{min}}$. Datorită asperităților paralelipipedului, apa pătrunde sub paralelipiped. Calculează:

a) înălțimea apei din vas când punctul de aplicație al reacțiunii normale din partea fundului vasului ajunge la una dintre muchiile paralelipipedului;
b) intervalul de timp t_1 după care este îndeplinită condiția de la punctul *a*;
c) forța de apăsare exercitată de paralelipiped pe fundul vasului în momentul t_1; cum evoluează această forță după momentul t_1?

O.N.F. Târgoviște – 2002, Probleme selectate și adaptate de:
prof. Stelian Ursu – MEN
prof. Dorel Haralamb – Piatra Neamț

4.16. Într-un tub în formă de U, ale cărui ramuri au aceeași arie a secțiunilor, $S = 5\,\text{cm}^2$, se toarnă o cantitate de mercur $\left(\rho_1 = 13600\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$. Într-o ramură a tubului se introduce un corp cilindric, metalic, de volum $V = 5\,\text{cm}^3$, lungime $\ell = 5\,\text{cm}$ și densitate $\rho_2 = 7800\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. În aceste condiții, nivelul mercurului crește în ambele ramuri. Apoi în ramura ce conține corpul metalic se toarnă o masă de apă $\left(\rho_0 = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$, până când nivelul mercurului din această ramură revine la starea inițială (cel din absența corpului metalic). Se consideră $g = 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Calculează:

a) creșterea de nivel în cele două ramuri după introducerea corpului metalic;
b) lungimea coloanei de apă;
c) creșterea de presiune de pe fundul tubului după introducerea apei.

Subiect propus la OJF 2012 de:
prof. Viorel Popescu – Colegiul Național „Ion C. Bratianu", Pitești
prof. Pop Ioan – Colegiul Național „Mihai Eminescu", Satu Mare

4.17. Pe un resort având constanta de elasticitate $k = 180\frac{\text{N}}{\text{m}}$ este prins un bulgăre de sare (fără bule de aer), sarea având densitatea $\rho_1 = 2{,}1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ (fig. 1). În bulgăre este inclus un cub compact, neomogen, cu latura $\ell = 8\,\text{cm}$, având centrul de greutate în punctul C de coordonate $x = y = 4\,\text{cm}, z = 1\,\text{cm}$ (fig. 2.a). Celălalt capăt al resortului este fixat de fundul unui vas gol, resortul fiind comprimat cu $\Delta\ell = 4\,\text{cm}$. În vas se toarnă un volum de apă $V = 2080\,\text{cm}^3$, cu densitatea $\rho_a = 1\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, până când nivelul apei acoperă complet bulgărele de sare.

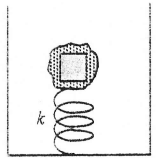


Fig. 1

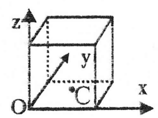


Fig. 2.a

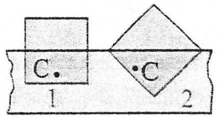


Fig. 2.b

a) Considerând că, până în momentul în care nivelul apei acoperă complet bulgărele, sarea nu s-a dizolvat deloc și că, în acel moment, resortul nu mai este tensionat, calculează masa de sare.
b) În timp, sarea se dizolvă complet și soluția se omogenizează. Cubul eliberat plutește la suprafața lichidului fiind jumătate scufundat (fig. 2.b.1). Calculează densitatea medie a cubului.
c) Se aduce cubul din poziția de echilibru fig. 2.b.1. în poziția din fig. 2.b.2. Calculează momentul cuplului de forțe ce readuce cubul în poziția de echilibru stabil.

Subiect propus la ONF 2009 de:
prof. Constantin Rus – C.N. „Liviu Rebreanu", Bistrița
prof. Florin Măceșanu – Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria

4.18. Un pilon cilindric din beton (un rest din piciorul unui pod) având densitatea $\rho = 2{,}2\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, lungimea $\ell = 3{,}0\,\text{m}$ și aria secțiunii transversale $S = 2{,}4 \cdot 10^3\,\text{cm}^2$ se află într-un lac cu adâncimea $h = 4{,}0\,\text{m}$ (figura 1). Pentru a nu pune în pericol navigația de agrement de pe lac, se hotărăște scoaterea lui cu ajutorul unei macarale. Densitatea apei este $\rho_a = 1{,}0\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Ridicarea pilonului are loc cu viteză constantă.

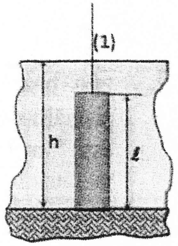


Figura 1

a) Reprezintă grafic dependența tensiunii din cablul (1) în funcție de distanța la care se găsește baza pilonului față de fundul lacului după desprinderea de sol până la scoaterea completă din apă.

b) Calculează variația energiei potențiale datorată interacțiunii gravitaționale dintre pilon și Pământ, precum și lucrul mecanic efectuat pentru scoaterea completă a acestuia din apă, din momentul desprinderii de sol până când este scos complet din apă.

Subiect propus la ONF 2010 de:
prof. Florin Măceșanu – Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria
prof. Liviu Blanariu – Centrul Național de Evaluare și Examinare, București

4.19. Densitatea soluției de sare din vasul din figura 2 variază liniar în funcție de adâncime, conform datelor din tabel:

h (cm)	0	10	20	30	40	50
$\rho\left(\text{g/cm}^3\right)$	1,00	1,20	1,40	1,60	1,80	2,00

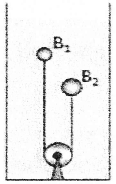


Figura 2

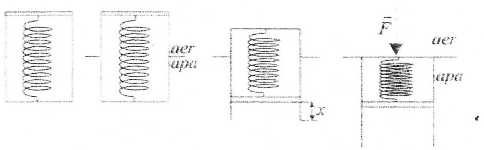
a) Scrie legea de variație a densității $\rho = f(h)$ folosind datele din tabel.

b) Sferele omogene având caracteristicile: $B_1\left(m_1 = 0{,}13\,\text{g};\ V_1 = 0{,}10\,\text{cm}^3\right)$ și $B_2\left(m_2 = 0{,}34\,\text{g};\ V_2 = 0{,}20\,\text{cm}^3\right)$ sunt legate cu un fir foarte subțire, de masă neglijabilă, inextensibil, trecut peste un scripete fix ideal. Calculează diferența de nivel dintre planele la care se află centrele sferelor dacă tensiunea din firul întins este nulă și sistemul este în echilibru mecanic.

c) Se scurtează firul astfel încât sfera B_1 este scufundată la adâncimea $h_1 = 20\,\text{cm}$, iar sistemul celor două corpuri este din nou în echilibru. Calculează tensiunea din fir și diferența de nivel dintre planele la care se află centrele sferelor în aceste condiții.

Subiect propus la ONF 2011 de:
prof. Constantin Rus – Colegiul Național „Liviu Rebreanu", Bistrița
prof. Florin Măceșanu – Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare", Alexandria

4.20. **A.** Un vas cilindric cu aria bazei $S = 10{,}0\,\text{cm}^2$ și înălțimea $h = 10{,}0\,\text{cm}$ este prevăzut cu un piston de masă neglijabilă care este prins cu un resort $\left(k = 20{,}0\dfrac{\text{N}}{\text{m}}\right)$ de fundul vasului.



Pistonul se deplasează fără frecare. Se neglijează grosimea pistonului și a pereților vasului, iar vasul își păstrează poziția verticală. Se consideră: $\rho = 1000\dfrac{\text{kg}}{m^3}$.

Când vasul este vidat, pistonul se găsește în echilibru chiar la gura vasului (figura a). Dacă vasul este așezat în apă cu pistonul în sus, acesta plutește când este cufundat jumătate din volum (figura b).

a) Vasul cilindric se așază cu gura în jos pe suprafața apei, plutind în echilibru (figura c). Pe ce distanță s-a deplasat pistonul față de gura vasului?

b) Cu ce forță trebuie apăsat cilindrul pentru a-l menține complet scufundat în apă, chiar la suprafață (figura d)?

c) Până la ce adâncime trebuie împins fundul vasului față de suprafața apei pentru ca în continuare să coboare singur?

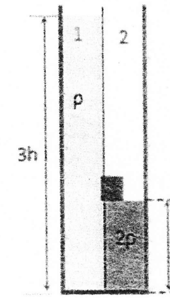
B. Într-un vas paralelipipedic transparent se introduce un lichid de densitate ρ_1. Apoi se lasă încet în lichid un pahar cilindric, cu gura în sus, confecționat dintr-un material transparent; dimensiunile externe ale paharului sunt: aria secțiunii transversale S_1 și înălțimea H_1, iar cele interne: S_2 și H_2. Paharul plutește la suprafața lichidului când este cufundat cu $\dfrac{H_1}{4}$, fără să atingă fundul vasului paralelipipedic. Se toarnă foarte încet în vasul paralelipipedic un al doilea lichid de densitate $\rho_2 < \rho_1$, nemiscibil cu primul, apoi se așteaptă un timp suficient de lung, până când cele două lichide sunt separate printr-o suprafață plană. Paharul își păstrează poziția verticală. Determinați:

a) grosimea h a stratului superior de lichid, astfel încât acesta să nu pătrundă în pahar. Considerând $\rho_2 < \rho_1$ și $\rho_1 = a \cdot \rho_2$, precizați intervalul de valori ale lui a, astfel încât, indiferent de grosimea stratului de lichid de densitate ρ_2, acesta să nu pătrundă în pahar;

b) adâncimea la care paharul pătrunde în primul lichid, dacă lichidul al doilea, de densitate ρ_2 $(4\rho_2 < \rho_1)$, depășind buza superioară a paharului, îl umple.

Subiecte propuse la ONF 2012 de:
prof. Corina Dobrescu – Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu", București
prof. Sorin Valerian Chirilă – Colegiul Economic „Dionisie Pop Marțian", Alba Iulia
prof. Viorel Solschi – Colegiul Național „Mihai Eminescu", Satu Mare

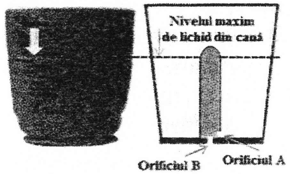
4.21. **A.** Un vas paralelipipedic cu aria bazei un pătrat de latură h este împărțit în două părți egale de un perete subțire, vertical, în care este decupată o porțiune de formă pătrată la înălțimea h. Ioana acoperă porțiunea decupată cu un dop de forma unui cub de latură $\dfrac{h}{4}$, care intră puțin forțat (vezi figura alăturată). În compartimentul 2 se află lichid de



densitate 2ρ până la înălțimea h, iar Costel toarnă lent un lichid de densitate ρ în compartimentul 1. Elevii observă că dopul iese când nivelul lichidului din compartimentul 1 este la $3h$.

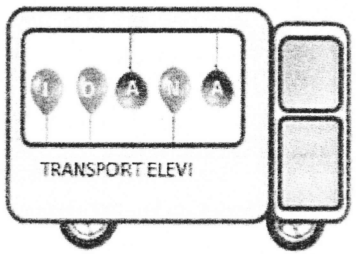
a. Calculează forța care scoate dopul.

b. Ioana scoate lent peretele despărțitor. Elevii constată că dopul plutește între cele două lichide care sunt nemiscibile, jumătate din volumul acestuia fiind în lichidul de densitatea 2ρ. Calculează densitatea cubului, ρ_c, și explică cum s-a modificat energia potențială gravitațională a sistemului (între starea inițială, înainte ca dopul să fie scos, și cea finală, când dopul se află în echilibru în cele două lichide).



B. În vizită la muzeul de istorie, Ioana descoperă o cană interesantă din ceramică („cana echității") și citește explicația. În vechea Dacie, lucrătorii din construcții primeau la masă băuturi energizante extrase din plantele autohtone. Pentru ca niciun un muncitor să nu consume prea mult, Bamarus, un arhitect al vremii, a inventat această cană. În interior se observă un cilindru lipit pe fundul cănii. La partea superioară, acesta este închis, iar la bază are un orificiu A (vezi figura schematică alăturată). Cana permitea celor ce o foloseau să poată pune în ea lichide numai până la un anumit semn. Dacă se depășea acest semn, lichidul din cană **se scurgea tot**, printr-un orificiu B aflat pe fundul vasului. Desenează posibila structură internă a cilindrului și explică golirea cănii.

C. Costel arată colegilor o fotografie a autobuzului școlii. Care dintre baloanele din imagine, care au învelișul cu masa neglijabilă, sunt umplute cu heliu și care cu oxigen $\left(\rho_{O_2} > \rho_{aer} > \rho_{He}\right)$? În ce sens vor fi deviate baloanele când autobuzul accelerează brusc? Dar când autobuzul este frânat brusc?



Subiect propus la ONF 2013 de:
prof. Ion Băraru – Colegiul Național „Mircea cel Bătrân", Constanța,
prof. Florin Măceșanu – Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare", Alexandria
prof. Constantin Rus – Colegiul Național „Liviu Rebreanu", Bistrița

CAPITOLUL 1
Mecanică

II. REZOLVĂRI

1. Forța – mărime vectorială

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Mărimi scalare: lungimea, densitatea, masa, temperatura, volumul, timpul.

1.2. Efectul static.

1.3. Tacul și bila de biliard sunt corpurile ce interacționează. Efectul dinamic.

1.4. Corpurile ce interacționează: acrobat – plasa de protecție. Efect dinamic – se modifică starea de mișcare a acrobatului; efect static – se deformează plasa de protecție.

1.5. Reprezentăm cu linie punctată direcția pe care acționează forța; stabilim originea vectorului; stabilim în mod arbitrar unitatea de măsură, reprezentăm segmentul de dreaptă, având în vedere unitatea de măsură aleasă; reprezentăm sensul; notăm vectorul.



1.6. Vezi figura 1.6.

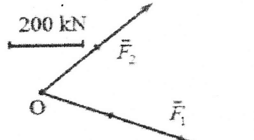


Figura 1.6

1.7. $\alpha = 15°$. Vezi figura 1.7.

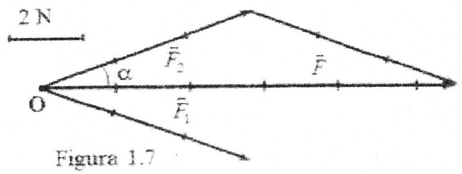


Figura 1.7

1.8. Vezi figura 1.8.R. Valoarea rezultantei crește când unghiul dintre direcțiile forțelor scade și scade când unghiul dintre direcțiile forțelor crește.

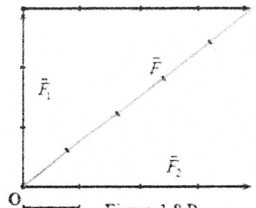


Figura 1.8.R

1.9. $F_2 = F - F_1 = 250\,\text{KN}$

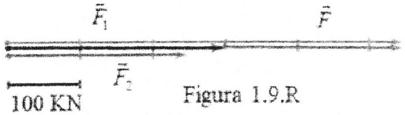


Figura 1.9.R

1.10. *a)* Da, dacă unghiul dintre forțe este mare.
b) Da, dacă forțele au modulele egale, iar unghiul dintre direcțiile lor este de 180°.

1.11. Valoarea minimă este de 5 N, când unghiul dintre direcțiile forțelor este de 180°, iar valoarea maximă este de 55 N, când unghiul dintre direcțiile forțelor este 0°.

1.12. Se compun forțele două câte două; se compun două forțe apoi rezultanta lor cu a treia forță; rezultanta celor trei forțe cu a patra forță ș.a.m.d.

1.13. Compunem forțele $\vec{F}_1$ cu $\vec{F}_2$; $\overrightarrow{F_{12}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, unghiul dintre $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ este 0° și obținem $F_{12} = F_1 + F_2 = 400\,\text{N}$. Compunem apoi $\vec{F}_{12}$ cu $\vec{F}_3$, $\vec{F} = \overrightarrow{F_{12}} + \vec{F}_3$, unghiul dintre direcțiile lor este de 90°, $F = \sqrt{F_{12}^2 + F_3^2} = 500\,\text{N}$.

1.14. $\Delta\ell = 2\ell_0 - \ell_0 = \ell_0$; $k = \dfrac{G}{\Delta\ell} = \dfrac{G}{\ell_0} = 3\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$.

1.15. $G = mg$, $F = k\Delta\ell$ din cele două relații obținem masa penarului

$$m = \frac{k\Delta\ell}{g} = 200\,\text{g}.$$

1.16. Forțele ce acționează asupra penarului sunt reprezentate în figura 1.16.R.
$F = F_f = 1{,}2\,\text{N}$

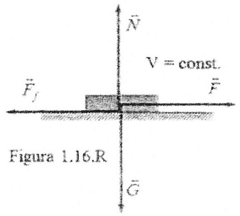


Figura 1.16.R

1.17. $G = n\cdot\sigma\cdot S\cdot g$, unde $n = 500$ (nr. de coli din top), $\sigma = 80\dfrac{\text{g}}{\text{m}^2}$ (masa pe unitatea de suprafață), S = suprafața unei coli. $G = 24{,}94\,\text{N}$

1.18. Forța de apăsare exercitată asupra solului este: $F = (m_0 + m_1)g = 500\,\text{N}$.

1.19. Forțele ce acționează asupra scării sunt reprezentate în figura 1.19.R.

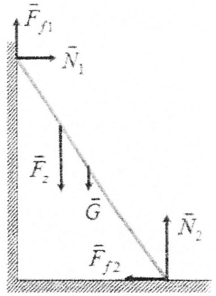


Figura 1.19.R

1.20. În figura 1.20.R, *a)* sunt reprezentate forțele ce se exercită asupra mingii, iar în figura 1.20.R *b)* sunt reprezentate forțele ce acționează asupra băiatului.

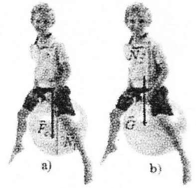


Figura 1.20.R

B. Probleme de nivel mediu

1.1. Unitatea de măsură pentru forță folosind doar unități fundamentale din S.I.

$$\text{N} = \text{kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1.2. Forțele ce acționează asupra bărcii pe direcția mișcării sunt reprezentate în figura 1.2.R. Rezultanta lor $\vec{R} = \vec{F} - \vec{F}_a$, unghiul dintre cele două forțe este 180°;
$R = F - F_a = 100\,\text{N}$.

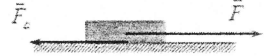


Figura 1.2.R

1.3. Rezultanta forțelor exercitate de câini este: $R = 8F = 200\,\text{N}$.

1.4. $F_{min} = F_1 - F_2$, $F_{max} = F_1 + F_2$, de unde obținem

$F_1 = \dfrac{F_{max} + F_{min}}{2} = 8\,\text{N}$, respectiv

$F_2 = \dfrac{F_{max} - F_{min}}{2} = 6\,\text{N}$.

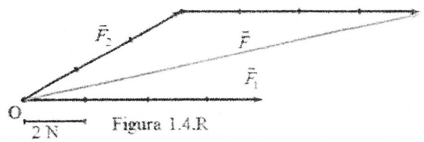


Figura 1.4.R

1.5. Compunând forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$, rezultanta lor are valoarea $F_{12} = 7\,\text{N}$. Compunând forțele $\vec{F}_{12}$ și $\vec{F}_3$, unghiul dintre direcțiile lor este de 180°. Forțele având module egale, vom obține rezultanta celor trei forțe nulă.

1.6. Dacă forțele au același sens, a treia forță trebuie să aibă valoarea de 10 N și sens opus celor două forțe; dacă forțele au sensuri opuse, atunci a treia forță poate avea valoarea de 2 N și sensul forței $\vec{F}_1$.

1.7. Valoarea celei de-a doua forțe este tot de 10 N. Vezi figura 1.7.R.

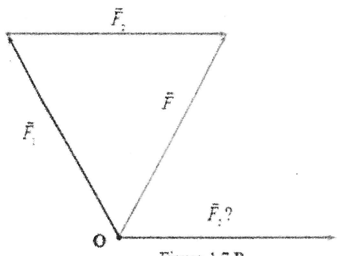


Figura 1.7.R

1.8. $F^2 = F_1^2 + F_2^2$, $F_2 = \sqrt{F^2 - F_1^2} = 9\,\text{N}$.

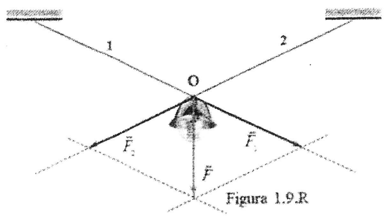


Figura 1.9.R

1.9. Lampa de iluminat acționează asupra cablului cu forța $\vec{F}$, componentele forței în cele două jumătăți ale cablului sunt $\vec{F}_1$, respectiv $\vec{F}_2$. (Vezi figura 1.9.R.)

1.10. Forțele exercitate de corpul de iluminat asupra sistemului de prindere (cele două bare) sunt reprezentate în figura 1.10.R.

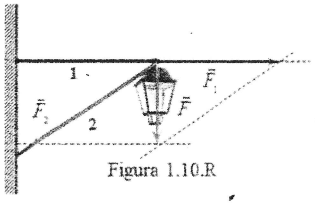


Figura 1.10.R

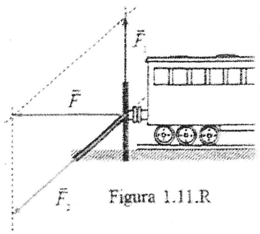
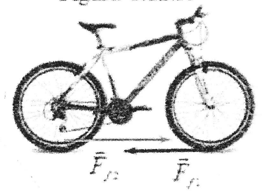


Figura 1.11.R

1.11. Forțele exercitate de vagon asupra stâlpului și reazemului sunt reprezentate în figura 1.11.R.

1.12. Forțele de frecare dintre roțile unei biciclete și sol sunt reprezentate în figura 1.12.R. Forța $\vec{F}_{f1}$ acționează asupra roții din față, iar forța $\vec{F}_{f2}$ acționează asupra roții din spate.

Figura 1.12.R



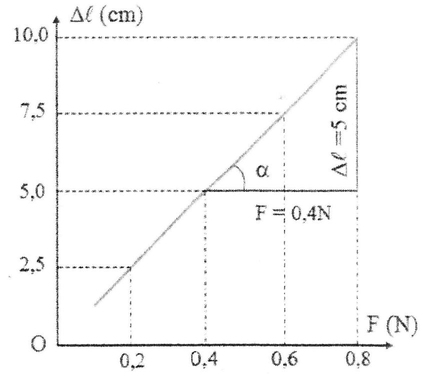


Figura 1.13.R

1.13. Alungirea în funcție de forța deformatoare este dată în figura 1.13.R. Din grafic se obține constanta elastică:

$$k = ctg\,\alpha = \frac{F}{\Delta\ell} = \frac{0,4\,\text{N}}{0,05\,\text{m}} = 8\frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

1.14. Forța F și forța de frecare la alunecare au valorile egale $F = F_f = \mu mg$, de unde se obține: $\mu = \dfrac{F}{mg} = 0,4$.

1.15. Calculăm constantele elastice ale resorturilor: $k_1 = \dfrac{mg}{\Delta\ell_1} = \dfrac{10\,\text{N}}{0,1\,\text{m}} = 100\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$,

$k_2 = \dfrac{mg}{\Delta\ell_2} = \dfrac{10\,\text{N}}{0,05\,\text{m}} = 200\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$. Alungirile resorturilor sunt egale:

$$\Delta\ell = \frac{mg}{k_1 + k_2} = 3,33\,\text{cm}.$$

1.16. Când resorturile sunt grupate în serie: $\Delta\ell_1 = \dfrac{G}{k_1} = \dfrac{\rho\ell^3 g}{k_1} = 10\,\text{cm}$, respectiv

$$\Delta\ell_2 = \frac{G}{k_2} = \frac{\rho\ell^3 g}{k_2} = 5\,\text{cm}.$$

Când resorturile sunt grupate în paralel, alungirile sunt egale:

$$\Delta\ell = \frac{G}{k_1 + k_2} = \frac{\rho\ell^3 g}{k_1 + k_2} = 3,33\,\text{cm}.$$

1.17. Forța care deformează resortul este $F_1 = \left(m_0 + \rho\ell^3\right)g$; calculăm constanta elastică a resortului $k = \dfrac{F_1}{\Delta\ell_1} = \dfrac{\left(m_0 + \rho\ell^3\right)g}{\Delta\ell_1}$. Când tragem cutia cu nisip: $F_2 = k\Delta\ell_2$, dar $F_2 = F_f$; ținând seama de relațiile anterioare, obținem $F_f = g\left(m_0 + \rho\ell^3\right)\cdot\dfrac{\Delta\ell_2}{\Delta\ell_1} = 1\,\text{N}$.

1.18. Forța este minimă când corpul are tendința să coboare uniform. $mg = F_f$, dar $F_f = 0,2F$; din cele două relații obținem: $F = \dfrac{mg}{0,2} = 200\,\text{N}$.

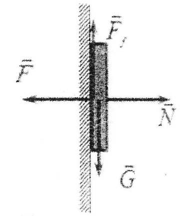
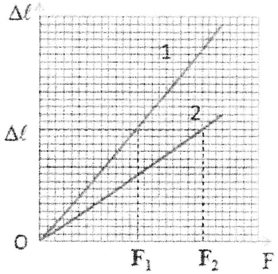


Figura 1.18.R

1.19. Când automobilul se mişcă uniform, $F_f = F_e$, adică $0,2mg = k\Delta\ell$ de unde se obţine: $\Delta\ell = \dfrac{0,2mg}{k} = 2,5\,\text{cm}$.

1.20. Alungirea coardei elastice este $\Delta\ell = \ell - \ell_0$, $\Delta\ell = \dfrac{mg}{k}$; din cele două relaţii obţinem: $\ell = \ell_0 + \dfrac{mg}{k} = 50,6\,\text{m}$.

C. Probleme de performanţă



1.1. Constanta elastică este dată de relaţia: $k = \dfrac{F}{\Delta\ell}$; pentru aceeaşi alungire se compară forţele. Din diagramă se vede că $F_2 > F_1$, deci $k_1 = \dfrac{F_1}{\Delta\ell}$, iar $k_2 = \dfrac{F_2}{\Delta\ell}$, de unde rezultă $k_2 > k_1$.

1.2. Constanta elastică iniţială este $k = \dfrac{mg}{\Delta\ell} = 10\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$. Suspendând acelaşi corp de fiecare dintre benzile elastice, putem scrie: $mg = k\Delta\ell = k_1\Delta\ell_1 = \ldots$. Alungirea este direct proporţională cu lungimea benzii nedeformate $\Delta\ell \sim \ell_0$, deci putem scrie că $k\ell_0 = k_1\ell_1$, de unde se obţine $k_1 = \dfrac{k\ell_0}{\ell_1} = \dfrac{k4\ell_0}{\ell_0} = 4k = 40\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$,

$k_2 = \dfrac{k\ell_0}{\ell_2} = \dfrac{k3\ell_0}{\ell_0} = 3k = 30\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$, $\qquad \ell_3 = \ell_0 - \left(\dfrac{\ell_0}{4} + \dfrac{\ell_0}{3}\right) = \dfrac{5\ell_0}{12}$,

$k_3 = \dfrac{k\ell_0}{\ell_3} = \dfrac{k12\ell_0}{5\ell_0} = \dfrac{12}{5}k = 24\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$.

Constanta elastică este invers proporţională cu lungimea resortului nedeformat $k \sim \dfrac{1}{\ell_0}$ sau $k\ell_0 = \text{const.}$

1.3. Sunt două fire, fiecare de constantă elastică k; putem scrie $F = 2F_e \Leftrightarrow F = 2k\Delta\ell = 30\,\text{N}$.

1.4. Prin pliere firul se scurtează, constanta elastică a fiecărei bucăţi va fi: $k\ell = k_1\ell_1$ (vezi concluzia de la problema 1.2), unde $\ell_1 = \dfrac{\ell}{3}$, de unde obţinem $k_1 = 3k$.

Pentru cele două cazuri avem: $mg = k\Delta\ell$, respectiv $mg = 3k_1\Delta\ell_1$, din cele două relaţii; având în vedere rezultatul obţinut pentru noua constantă elastică, obţinem $\Delta\ell_1 = \dfrac{\Delta\ell}{9} = 1\,\text{cm}$.

1.5. *a)* viteza unuia dintre copii faţă de celălalt este: $v = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} = 2,5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) În 10 min, fiecare copil parcurge distanţa $d_1 = v_1 t = 900\,\text{m}$, respectiv $d_2 = v_2 t = 1200\,\text{m}$, iar distanţa dintre ei este $d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 1500\,\text{m}$. Distanţa dintre copii se mai putea obţine astfel: $d = vt = 1500\,\text{m}$, unde $v = \sqrt{v_2^2 + v_1^2} = 2,5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

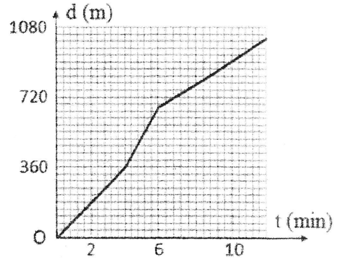


Figura 1.6.R

1.6. *a)* Graficul mişcării pietonului este reprezentat în figura 1.6.R.

b) Viteza medie este: $\overline{v} = \dfrac{v_1 \cdot \Delta t_1 + v_2 \cdot \Delta t_2 + v_3 \cdot \Delta t_3}{\Delta t} = 1,42\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

1.7. Timpul în care parcurge prima jumătate a drumului este $t_1 = \dfrac{d}{2v_1}$; pentru cealaltă jumătate a drumului putem scrie $\dfrac{d}{2} = (v_2 + v_3)\dfrac{t}{2}$, de unde se obţine timpul în care este parcursă a doua jumătate a drumului $t = \dfrac{d}{(v_2 + v_3)}$. Scriem relaţia de definiţie pentru viteza medie $\overline{v} = \dfrac{d}{t_1 + t} = \dfrac{d}{\dfrac{d}{2v_1} + \dfrac{d}{v_2 + v_3}}$; după simplificare obţinem $\overline{v} = \dfrac{2v_1(v_2 + v_3)}{2v_1 + v_2 + v_3} = 3,75\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

1.8. Scriem distanţele parcurse de fiecare barcă în timpul t: $d_1 = (AA_1) = v_1 t$, $d_2 = (BB_1) = v_2 t$, $d_3 = (CC_1) = v_3 t$.

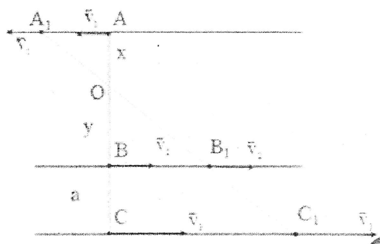


Figura 1.8.R

Din asemănarea triunghiurilor $\triangle OAA_1 \sim \triangle OBB_1 \sim \triangle OCC_1$ putem scrie

$\frac{v_1 t}{v_2 t} = \frac{x}{y}$ (1), $\frac{v_1 t}{v_3 t} = \frac{x}{y+a}$ (2); din figură se vede că $x + y = 2a$ (3). Din prelucrarea relațiilor (1) și (3) obținem

$x = \frac{2av_1}{v_1 + v_2}$, respectiv $y = \frac{2av_2}{v_1 + v_2}$.

Înlocuim expresiile lui x și y în relația 2 și obținem $v_3 = \frac{v_1 + 3v_2}{2} = 30\frac{km}{h}$.

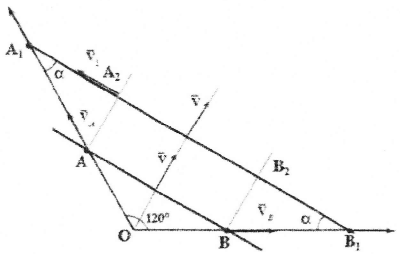


Figura 1.9.R

1.9. *a)* În timpul t punctele de intersecție se deplasează pe distanțele $AA_1 = BB_1 = v_A t$, iar $AA_2 = BB_2 = vt$, (1). Din figură putem scrie $\sin\alpha = \frac{AA_2}{AA_1} = \frac{1}{2}$,(2) sau $\alpha = 30°$; cateta AA_2 este jumătate din ipotenuza AA_1. Din relațiile (1) și (2) obținem $v_A = v_B = 2v = 2\frac{cm}{s}$.

b) Distanțele parcurse de punctele de intersecție față de tijă: $A_1A_2 = B_1B_2 = \sqrt{(AA_1)^2 - (AA_2)^2} = \sqrt{3}AA_2$, dar $A_1A_2 = v_1 t$, respectiv $AA_2 = vt$ și obținem $v_1 = v_2 = \sqrt{3}v = \sqrt{3}\frac{cm}{s}$.

c) Viteza cu care se îndepărtează punctele de intersecție unul față de celălalt este $v = 2v_1 = 2\sqrt{3}\frac{cm}{s}$.

1.10. *a)* Forțele ce acționează asupra paralelipipedului sunt reprezentate în figura 1.20.R. Pe direcția de mișcare Ox: $F\cos\alpha = F_f$, unde $F_f = \mu N$, adică

$F\cos\alpha = \mu N$ (1). Pe direcția Oy:

$N + F\sin\alpha = mg$, de unde $N = mg - F\sin\alpha$ (2). Din relațiile (1) și (2) obținem:

$\mu = \frac{F\cos\alpha}{mg - F\sin\alpha} = 0,35$

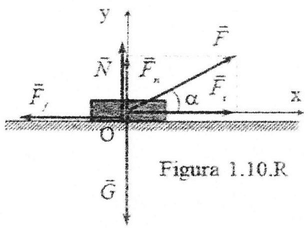


Figura 1.10.R

b) presiunea exercitată de corp pe suprafața de contact este dată de relația:

$p_1 = \frac{F_{1n}}{S} = \frac{mg - F\sin\alpha}{S} = 5000\,Pa$

c) Forța de apăsare se modifică cu: $\Delta F = F_{2n} - F_{2n}$, $\Delta F = 2F\sin\alpha = 50\,N$. Presiunea exercitată de corp pe suprafața de contact când corpul este împins se modifică cu $\Delta p = p_2 - p_1$, unde $p_2 = \frac{F_{2n}}{S} = \frac{mg + F\sin\alpha}{S}$; dacă ținem seama de expresia lui p_1, obținem: $\Delta p = \frac{2F\sin\alpha}{S} = 2000\,Pa$.

2. Echilibru mecanic

A. Probleme de nivel elementar

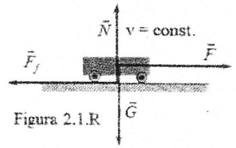


Figura 2.1.R

2.1. Forțele ce acționează asupra căruciorului sunt reprezentate în figura 2.1.R.



Figura 2.2.R

2.2. Puiul de elefant este în echilibru mecanic (instabil). Forțele exercitate asupra puiului de elefant sunt reprezentate în figura 2.2.R.

2.3. Din condiția de echilibru la mișcarea de translație

$G = F_e \Leftrightarrow mg = k\Delta\ell$, de unde se obține $m = \frac{k\Delta\ell}{g} = 4\,kg$.

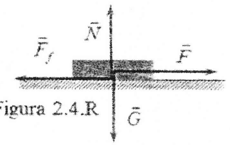


Figura 2.4.R

2.4. Forțele ce acționează asupra manualului sunt reprezentate în figura 2.4.R. Din condiția de echilibru la mișcarea de translație putem scrie $F = F_f = 5N$.

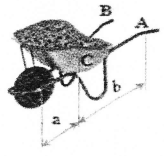
2.5. Din condiția de echilibru la mișcarea de translație putem scrie $F = F_f$; din enunț se știe $F_f = 0,4mg$, iar din cele două relații avem $F = 0,4mg = 60\,N$.

2.6. La echilibru: $G = F_e \Leftrightarrow mg = k\Delta\ell$, dar $m = \rho\ell^3$, înlocuim expresia masei și obținem $\rho\ell^3 g = k\Delta\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{\rho\ell^3 g}{k} = 1,7\,cm$.

2.7. La echilibru: $G = F \Leftrightarrow \rho V g = F$, $\rho = \frac{F}{Vg} = 0,75\frac{g}{cm^3}$.

2.8. Grinda are greutatea $G = mg = \rho Vg$; scriem condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie $M_{\vec{F}(A)} = M_{\vec{G}(A)}$; A este capătul barei în jurul căruia se produce rotaţia $FL = G\frac{L}{2} \Rightarrow F = \frac{G}{2} = \frac{\rho Vg}{2} = 38400\,\text{N}$.

2.9. Scriem condiţia de echilibru la rotaţie $Ga = F(a+b)$, de unde se obţine $F = \frac{Ga}{a+b} = 375\,\text{N}$.



2.10. $F = G = mg = 400\,\text{N}$.

2.11. C, E – pârghii de ordinul I
A, B – pârghii de ordinul al II-lea
D, F – pârghii de ordinul al III-lea



2.12. Sistemele A şi C sunt identice (scripete compus) şi putem ridica corpul cu o forţă mai mică decât la sistemul B (2 scripeţi ficşi). $F = \frac{G}{2} = 300\,\text{N}$

2.13. Scriem condiţia de echilibru la rotaţie, faţă de punctul de rotaţie O, $G_1 \cdot \left(\frac{\ell}{2} - x\right) = G_2(x + r)$,

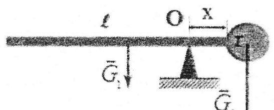


Figura 2.13.R

de unde $x = \frac{m_1\ell - 2m_2r}{2(m_1 + m_2)} = 4,28\,\text{cm}$ şi

$y = \ell - x = 35,72\,\text{cm}$.

2.14. Lada urcă uniform dacă: $F = G_t + F_f$,

$F = mg\frac{h}{\ell} + 0,4mg = mg\left(\frac{h}{\ell} + 0,4\right) = 65\,\text{N}$.

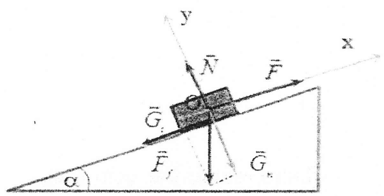


Figura 2.14.R

2.15. Pentru rezolvare se poate folosi figura 2.14.R.

a) $G_t = G\sin\alpha = mg\sin\alpha = 0,6\,\text{N}$, $G_n = G\cos\alpha = mg\cos\alpha = 1,04\,\text{N}$.

b) Corpul coboară liber, uniform dacă $G_t = F_f$ (1).

Pentru a ridica corpul uniform pe planul înclinat, trebuie ca $F = G_t + F_f$. (2)

Având în vedere relaţia (1), relaţia (2) devine $F = 2G_t = 1,2\,\text{N}$.

B. Probleme de nivel mediu

2.1. $F = G = mg \Rightarrow m = \frac{F}{g} = 0,12\,\text{kg}$, $F = F_e \Leftrightarrow F = k\Delta\ell$, de unde obţinem $\Delta\ell = \frac{F}{k} = 4\,\text{cm}$.

2.2. $G + G_{mere} = F_e \Leftrightarrow (m + 20m_0)g = k\Delta\ell$, ($m_0$ - masa unui măr), de unde obţinem $m_0 = \frac{k\Delta\ell - mg}{20g} = 125\,\text{g}$.

2.3. *a)* $mg = k\Delta\ell$, $\Delta\ell = \frac{mg}{k} = 2\,\text{mm}$.

b) $F = k\Delta\ell'$, $\Delta\ell' = \frac{F}{k} = 10\,\text{cm}$.

2.4. $F_f = \mu mg \Rightarrow m = \frac{F_f}{\mu g} = 0,16\,\text{kg}$. Forţa de frecare se opune mişcării pucului, ca urmare viteza lui se va micşora.

2.5. *a)* $V_{total} = V_0 + V_{mat}$, $V_{total} = \ell^3$, $V_{mat} = \frac{m}{\rho}$, $V_0 = \ell^3 - \frac{m}{\rho} = 112\,\text{cm}^3$.

b) alungirea resortului. Forţa deformatoare este: $F_d = \sqrt{G^2 + F^2} = \sqrt{(mg)^2 + F^2} = 7,5\,\text{N}$,

$F_d = F_e \Leftrightarrow F_d = k\Delta\ell$, de unde obţinem

$\Delta\ell = \frac{F_d}{k} = \frac{\sqrt{(mg)^2 + F^2}}{k} = 2,5\,\text{cm}$.

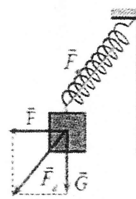


Figura 2.5.R

2.6. *a)* tensiunea din firul ce leagă cele două corpuri:

$T = F_{f2} \Leftrightarrow T = \mu m_2 g = 0,15\,\text{N}$

b) Valoarea forţei ce mişcă sistemul este:

$F = F_{f1} + F_{f2} = \mu g(m_1 + m_2) = 0,51\,\text{N}$

c) $F_1 = \mu N = \mu(m_1g + m_2g) = F = 0,51\,\text{N}$; forţa care mişcă sistemul uniform nu se modifică.

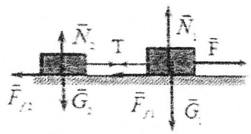


Figura 2.6.R

2.7. *a)* f – forţa cu care corpul 1 împinge corpul 2;

Corpul 2 se mişcă uniform dacă:

$f = F_{f2}, F_{f2} = \mu N_2 = \mu m_2 g$, $f = \mu m_2 g = 0,32\,\text{N}$

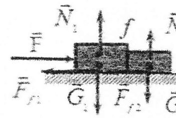


Figura 2.7.R

b) Sistemul se mişcă uniform dacă $F = F_{f1} + F_2 = \mu g(m_1 + m_2)$, de unde obţinem: $m_1 = \dfrac{F}{\mu g} - m_2 = 120\,\text{g}$.

2.8. *a)* Forţa normală de apăsare pe suprafaţa de contact: $N = G + F_n = mg + F\sin\alpha = 27{,}07\,\text{N}$.

b) Corpul se mişcă uniform dacă:

$F_t = F_f \Leftrightarrow F\cos\alpha = \mu N$,

$$\mu = \frac{F\cos\alpha}{mg + F\sin\alpha} = 0{,}26.$$

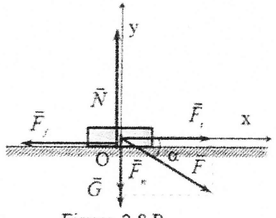


Figura 2.8.R

2.9. Forţele care pot determina rotirea lespezii sunt reprezentate în figura 2.8.R; din condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie obţinem:

$$m_2 g b = m_1 g a \Rightarrow m_2 = \frac{m_1 a}{b} = 10\,\text{kg}.$$

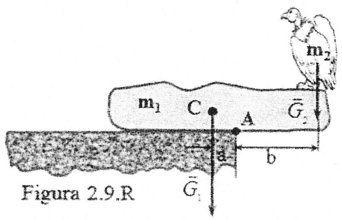


Figura 2.9.R

2.10. Condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie este:

$$mgr = FR \Rightarrow F = \frac{mgr}{R} = 40\,\text{N}.$$

2.11. Scriem condiţiile de echilibru: la mişcarea de translaţie $G = N_A + N_B$ (1), respectiv la mişcarea de rotaţie faţă de punctul B,

$N_A(\ell - a) = G\dfrac{\ell}{2}$ (2). Din relaţia (2) obţinem

$N_A = \dfrac{mg\ell}{2(\ell - a)} = 14400\,\text{N}$, iar din relaţia (1) găsim $N_B = mg - N_A = 9600\,\text{N}$.

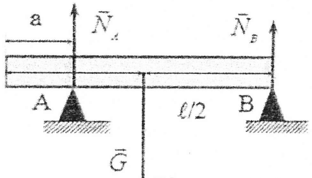


Figura 2.11.R

2.12. *a)* Scriem condiţia de echilibru la rotaţie: $G_1 x + G\left(x - \dfrac{\ell}{2}\right) = G_2(\ell - x)$, de unde

se obţine $x = \dfrac{\left(m_2 + \dfrac{m}{2}\right)\ell}{m_1 + m_2 + m} = 1{,}62\,\text{m}$.

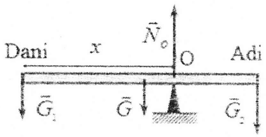


Figura 2.12.R

b) $G_1 \cdot v_1 t = G_2 \cdot v_2 t \Leftrightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2$, de unde obţinem $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{m_2}{m_1} = 1{,}2$.

2.13. *a)* $F = \dfrac{T}{2}$, $2F\ell = mg\dfrac{\ell}{2}$, de unde rezultă $F = \dfrac{mg}{4} = 1{,}5\,\text{N}$.

b) $N_A = mg - 2F = 3\,\text{N}$, $N_s = 2F = 3\,\text{N}$.

2.14. Scriem condiţia de echilibru la mişcarea de translaţie, $N_1 + N_2 = G_1 + G_2 + G_0 = (2m + m_0)g$, şi, având în vedere simetria halterei, obţinem

$N_1 = N_2 = \dfrac{(2m + m_0)g}{2} = 350\,\text{N}$. (La acelaşi rezultat ajungem şi din condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie, cititorul este invitat să aplice).

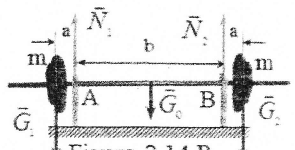


Figura 2.14.R

2.15. La dispozitivul B putem ridica o masă mai mare deoarece se poate folosi întreaga forţă musculară, pentru că împingem cu picioarele în podea. $F = Mg$, $M = 120\,\text{kg}$.

2.16. *a)* Determinăm centrul de greutate al halterei din condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie; considerăm haltera sprijinită în centrul de greutate:

$$G(\ell + x) + G_1\left(\frac{\ell}{2} + x\right) = G(\ell - x) + G_2\left(\frac{\ell}{2} - x\right),$$

$2mx + S\ell x(\rho_1 + \rho_2) = \dfrac{S\ell^2}{2}(\rho_2 - \rho_1)$, de unde obţinem poziţia centrului de greutate faţă de punctul de sudură $x = \dfrac{S\ell^2(\rho_2 - \rho_1)}{2\left[2m + S\ell(\rho_1 + \rho_2)\right]} = 0{,}12\,\text{cm}$.

2.17. *a)* Scriem condiţia de echilibru la rotaţie faţă de noua poziţie de echilibru. Notaţii: G – greutatea întregului disc, F – forţa ce acţionează pentru a compensa greutatea discului decupat, $F = G_1$, G_1 – greutatea discului mic ce se decupează, $Gx = F(a + x)$, $R^2 x = r^2(a + x)$, de unde obţinem

$x = \dfrac{ar^2}{R^2 - r^2} = 0{,}666\,\text{cm}$. Centrul de greutate se deplasează spre partea nedecupată cu $x = 0{,}666$ cm.

b) $(G + G_1)y = F(a + y)$,

$(R^2 + r^2)y = r^2(a + y)$, de unde obţinem

$y = \dfrac{ar^2}{R^2} = 0{,}625\,\text{cm}$. Centrul de greutate se deplasează spre partea nedecupată cu $y = 0{,}625$ cm.

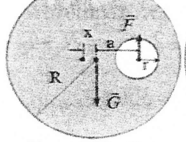


Figura 2.17.a.R

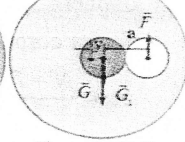


Figura 2.17.b.R

2.18. Calculăm componenta tangențială a greutății $G_t = mg\sin\alpha = 1\,\text{N}$, forța de frecare $F_f = 0{,}2mg = 0{,}4\,\text{N}$. Comparăm cele trei forțe $F > G_t$, $F > G_t + F_f$, concluzia fiind următoarea: corpul va urca accelerat pe planul înclinat.

2.19. Din condiția de echilibru la rotație

$$F\ell + G\left(\frac{\ell}{2} - d\right) = N_D d,$$

$$F = \frac{F_D d - mg\left(\frac{\ell}{2} - d\right)}{\ell} = 23{,}9\,\text{KN}$$

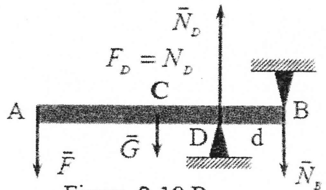


Figura 2.19.R

2.20. Corpul coboară uniform dacă: $F_1 + F_f = G_t,(1)$ și urcă uniform când $F_1 + \Delta F = G_t + F_f,(2)$. Din cele două relații obținem: $F_f = \frac{\Delta F}{2} = 2\,\text{N}$,

$$m = \frac{2F_1 + \Delta F}{2g\sin\alpha} = 0{,}8\,\text{kg}.$$

2.21. Forțele ce acționează asupra planului înclinat sunt reprezentate în figura 2.21.R. Condiția de mișcare uniformă a planului înclinat este $F_2 = F_f, F_2 = \mu N(1)$, $N = G + F_1(2)$, iar $F_n = mg\cos\alpha(3)$ este forța de apăsare a corpului pe planul înclinat; $F_1 = F_n\cos\alpha = mg\cos^2\alpha,(4)$, iar $F_2 = F_n\sin\alpha = mg\cos\alpha\sin\alpha(5)$. Înlocuim în relația (1) expresiile forțelor date de relațiile (2), (3), (4) și (5) $mg\cos\alpha\sin\alpha = \mu\left(Mg + mg\cos^2\alpha\right)$, de unde se obține $\mu = \frac{m\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\cos^2\alpha} = \frac{1}{6}$.

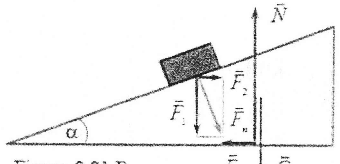


Figura 2.21.R

2.22. Condiția de echilibru pentru corpul 1 este $m_1 g = T_1$, cu $T_1 = 1\,\text{N}$. Din condiția de echilibru pentru scripetele mobil obținem $T_2 = 2T = 2m_1 g = 2\,\text{N}$. Scriem condiția de echilibru pentru corpul 2: $G_2 = N + T_2 \Leftrightarrow m_2 g = N + T_2$, de unde

$$m_2 = \frac{N + T_2}{g} = 300\,\text{g}.$$

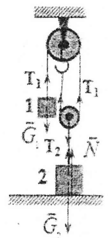


Figura 2.22.R

2.23. Din condiția de echilibru pentru fiecare dintre sisteme obținem: pentru sistemul A $T_1 = m_1 g, T_2 = m_2 g$, $T_2 = 4T_1$, de unde obținem $\frac{m_2}{m_1} = 4$, iar pentru sistemul B, în mod analog, obținem $\frac{m_2}{m_1} = 6$.

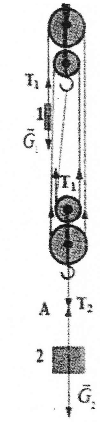


Figura 2.23.R

2.24. Pentru ca forța să fie minimă, trebuie ca brațul ei să fie maxim posibil, deci forța trebuie să fie perpendiculară pe bară și să acționeze la capătul ei ca în figura 2.24.R. Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație pentru bară, față de punctul O:

$F(\ell - a) = G\left(\frac{\ell}{2} - a\right)$, de unde obținem

$$F = \frac{G(\ell - 2a)}{2(\ell - a)} = 7{,}5\,\text{N}.$$

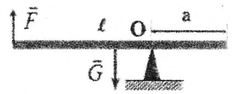


Figura 2.24.R

2.25. Forțele ce acționează asupra corpurilor de pe planul înclinat sunt reprezentate în figura 2.25.R. Corpurile vor aluneca uniform când $G_{t1} + G_{t2} = F_{f1} + F_{f2}$; scriem expresiile forțelor de frecare $F_{f1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g\cos\alpha$, respectiv $F_{f2} = \mu_2 N_2 = \mu_2 m_2 g\cos\alpha$.

$m_1\sin\alpha + m_2\sin\alpha = \mu_1 m_1\cos\alpha + \mu_2 m_2\cos\alpha$,

împărțim ultima relație prin m_2 și, în final, obținem

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\mu_2 - tg\alpha}{tg\alpha - \mu_1}, \mu_1 < tg\alpha < \mu_2.$$

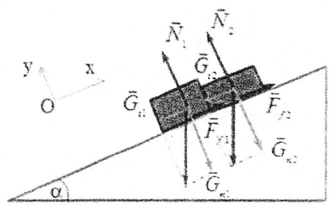


Figura 2.25.R

C. Probleme de performanță

2.1. Când corpul este tras cu viteză constantă, putem scrie: $\mu mg = k\Delta\ell_1(1)$.

Când corpul este suspendat: $mg = k\Delta\ell_2(2)$, prin împărțirea relațiilor membru la membru obținem $\mu = \frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} = 0{,}5$.

2.2. *a)* Din grafic se observă că alungirea rămâne constantă după 6 s. Viteza de ridicare este $v = \dfrac{2\,\text{cm}}{6\,\text{s}} = \dfrac{1}{3}\dfrac{\text{cm}}{\text{s}}$, iar distanța la care este ridicat corpul este $d = vt = 2\,\text{cm}$.

b) Alungirea resortului, obținută din grafic, este $\Delta\ell = 2\,\text{cm}$, iar masa corpului se obține astfel: $k\Delta\ell = mg$, de unde $m = \dfrac{k\Delta\ell}{g} = 0{,}4\,\text{kg}$.

2.3. *a)* Componentele forței pe direcția mișcării și perpendicular pe direcția mișcării sunt

$F_t = F\cos\alpha = 12\,\text{N}$, $F_n = F\sin\alpha = 20{,}78\,\text{N}$

b) Scriem condiția de mișcare uniformă pe cele două axe: pe axa Ox –

$F_t = F_f \Leftrightarrow F\cos\alpha = \mu N$ (1), pe axa Oy –

$G = N + F\sin\alpha \Rightarrow N = mg - F\sin\alpha$ (2).

Introducem expresia lui N dată de relația (2) în relația (1):

$F\cos\alpha = \mu(mg - F\sin\alpha)$

$\Leftrightarrow F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) = \mu mg$, de unde se obține:

$$m = \frac{F(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)}{\mu g} = 5{,}078\,\text{kg}.$$

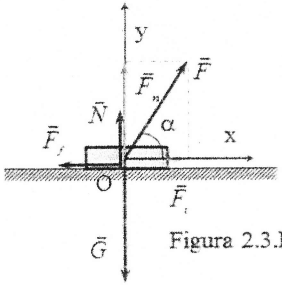


Figura 2.3.R

2.4. *a)* densitatea soluției de apă și zahăr; volumul de apă ce se adaugă este

$V_a = V - \left(8V_0 + \dfrac{m_z}{\rho_z}\right) = 648{,}55\,\text{cm}^3$, iar densitatea soluției este

$$\rho = \frac{m_z + m_a}{V_z + V_a} = \frac{m_z + \rho_a V_a}{\dfrac{m_z}{\rho_z} + V_a} = 1{,}027\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

b) $G = (m_1 + m_z + nm_0 + m_a)g = 13{,}23\,\text{N}$.

2.5. *a)* La echilibru $T_{1x} = T_{2x}$, de unde se obține

$$\Delta\ell = \frac{mg}{2k\cos\dfrac{\alpha}{2}} = 5{,}05\,\text{m}.$$

b) Prin îndoirea cablului, constanta elastică se modifică (folosim concluzia obținută la una dintre problemele anterioare):

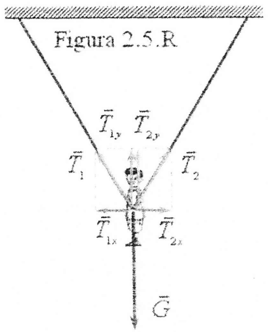


Figura 2.5.R

$k\ell_0 = k_1\dfrac{\ell_0}{2} \Rightarrow k_1 = 2k = 160\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$. La echilibru:

$mg = 2k_1\Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = \dfrac{mg}{2k_1} = 2{,}18\,\text{m}.$

2.6. *a)* $\Delta\ell_1 = \dfrac{(m_0 + \rho_a D_v t_1)g}{k_1} = 7{,}33\,\text{cm}$,

$\Delta\ell_2 = \dfrac{(m_0 + \rho_a D_v t_1)g}{k_2} = 3{,}66\,\text{cm}.$

b) Alungirile resorturilor în funcție de timp sunt reprezentate grafic în figura 2.6.R.

c) $\Delta\ell = \Delta\ell_1 + \Delta\ell_2 \Leftrightarrow \dfrac{F}{k_e} = \dfrac{F}{k_1} + \dfrac{F}{k_2}$

$k_e = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = 200\dfrac{\text{N}}{\text{m}}.$

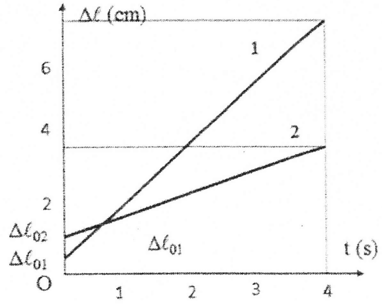


Figura 2.6.R

2.7. *a)* $N_1 = N_2 = g(m_1 + m_2) = 5\,\text{N}$.

b) La echilibru, când corpul 1 este pe sol, putem scrie: $m_2 g = k(\ell_0 - \ell_1)$, (1); când corpul 2 este pe sol, $m_1 g = k(\ell_0 - \ell_2)$(2), iar prin împărțirea celor două relații obținem $\ell_0 = \dfrac{m_1\ell_1 + m_2\ell_2}{m_1 - m_2} = 14\,\text{cm}$.

c) $k = \dfrac{m_1 g}{\ell_0 - \ell_2} = 50\dfrac{\text{N}}{\text{m}}$.

2.8. *a)* Forțele ce acționează asupra tabloului sunt reprezentate în figura 2.8.R

b) Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație față de punctul B: $T(h-a) = mg\dfrac{\ell}{2}\sin\alpha$,

$d = \sqrt{\ell^2 + (h-a)^2} = 100\,\text{cm}$, $\sin\alpha = \dfrac{\ell}{d} = 0{,}6$,

$T = \dfrac{mgh\sin\alpha}{2(h-a)} = 18\,\text{N}.$

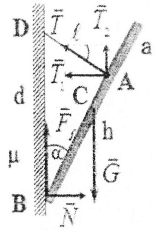


Figura 2.8.R

2.9. *a)* Dacă corpul 1 este pus la distanța x_1, corpul 2 are tendința să

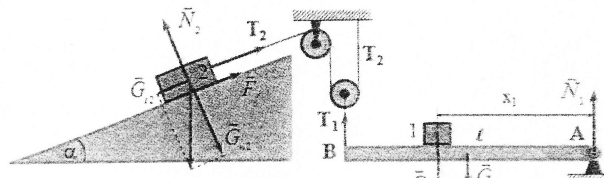


Figura 2.9.R

coboare uniform, iar când este pus la distanța x_2, corpul 2 are tendința să urce uniform. Scriem condițiile de echilibru pentru fiecare mecanism simplu în parte în cele două situații precizate anterior.

I. La echilibru, pentru corpul 2 putem scrie:

$G_{t2} = T_2 + F_f, T_2 = m_2 g\sin\alpha - \mu m_2 g\cos\alpha$,

$T_2 = m_2 g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = 2,62\,\text{N}$, pentru scripetele compus

$T_1 = 2T_2 = 5,24\,\text{N}$.

II. Procedând în mod analog, obținem $T_2' = m_2 g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 5,384\,\text{N}$ și

$T_1' = 2T_2' = 10,768\,\text{N}$.

b) Iar pentru bară $T_1\ell = G_1 x_1 + G_0\frac{\ell}{2}$, $2T_2\ell = m_1 g x_1 + m_0 g\frac{\ell}{2}$,

$$x_1 = \frac{2T_2\ell - m_0 g\frac{\ell}{2}}{m_1 g} = 0,18\,\text{m}.$$

Analog obținem pentru al doilea caz $x_1 = \dfrac{2T_2'\ell - m_0 g\frac{\ell}{2}}{m_1 g} = 0,55\,\text{m}$.

2.10. *a)* Forțele ce acționează asupra fiecărui mecanism simplu sunt reprezentate în figura 2.10.R.

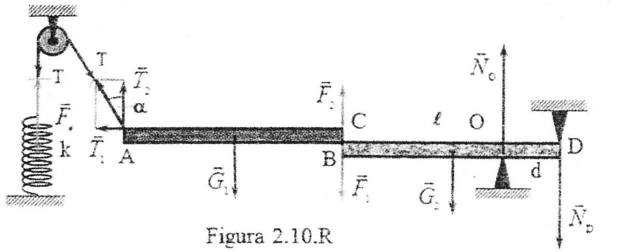


Figura 2.10.R

b) Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație față de punctul A, pentru bara AB: $G_1\frac{L}{2} = F_2 L$, $F_2 = \frac{G_1}{2} = 250\,\text{N}$ $F_1 = F_2$ (din principiul acțiunilor reciproce). Scriem condițiile de echilibru pentru bara CD: $F_1(\ell - d) + G_2\left(\frac{\ell}{2} - d\right) = N_D d$, $F_1\frac{3\ell}{4} + G_2\frac{\ell}{4} = N_D\frac{\ell}{4}$, de unde se obține $N_D = 3F_1 + G_2 = 1150\,\text{N}$, $N_O = F_1 + G_2 + N_D = 1800\,\text{N}$.

c) Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație, față de B, pentru bara AB: $TL\cos\alpha = G_1\frac{L}{2}$, $T = \frac{G_1}{2\cos\alpha} = 289\,\text{N}$, $T = F_e \Leftrightarrow T = k\Delta\ell$,

$\Delta\ell = \frac{T}{k} = 2,89\,\text{cm}$.

2.11. *A. a)* Sistemul de scripeți care se află în cutie poate fi cel din figura 2.11.R.

b) Pentru sistemul de scripeți din cutie avem $T_2 = \frac{G}{n}$, scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație pentru scândură: $G_0\frac{\ell}{2} + G_1 Np = T_2\ell$,

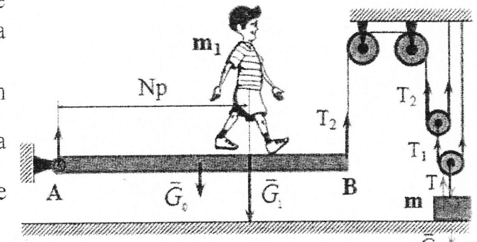


Figura 2.11.R

$m_0\frac{\ell}{2} + m_1 Np = \frac{m}{n}\ell$, de unde obținem:

$$N = \frac{\ell\left(\frac{m}{n} - \frac{m_0}{2}\right)}{m_1 p} = 4\,\text{pași}.$$

B. Când corpul m_1 coboară uniform, putem scrie: $m_1 g = F_f + mg, F_f = \mu N = \mu m_2 g$,

$m_1 = \mu m_2 + m\,(1)$, m – este masa unui cubuleț.

Când corpul m_1 urcă uniform, putem scrie:

$m_1 g + F_f = 5mg, F_f = \mu N = \mu m_2 g$,

$m_1 + \mu m_2 = 5m\,(2)$. Scoatem m din relația (1) și introducem în relația (2):

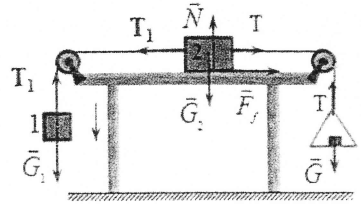


Figura 2.11.B.R

$m_1 + \mu m_2 = 5(m_1 - \mu m_2) \Rightarrow \mu = \frac{2m_1}{3m_2} = 0,25$.

2.12. *a)* Din condiția de echilibru la mișcarea de rotație pentru bară: $T_1\frac{\ell}{4} = mg\frac{\ell}{2}$

obținem: $T_1 = 2mg = 20\,\text{N}$, $T_2 = \frac{T_1}{2} = 10\,\text{N}$. Condiția de echilibru pentru corp este: $N + T_2 = Mg$, de unde obținem forța de apăsare $N = Mg - T_2 = 30\,\text{N}$.

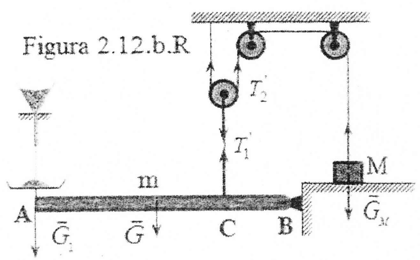
b) Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație pentru bară în momentul în care corpul M nu mai apasă pe suprafața de sprijin:

$m_0 t g\ell + mg\frac{\ell}{2} = T_1'\frac{\ell}{4}$, $m_0 = 1\frac{\text{g}}{\text{s}}$,

$T_2' = Mg = 40\,\text{N}$, iar $T_1' = 2T_2' = 80\,\text{N}$,

$t = \frac{T_1' - 2mg}{4m_0 g} = 1500\,\text{s} = 25\,\text{min}$.

Figura 2.12.b.R

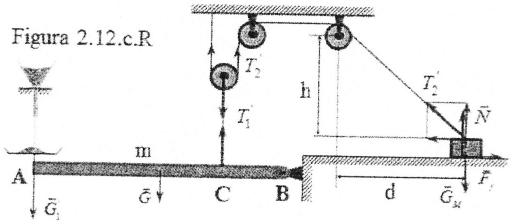


c) Scriem condiţia de echilibru pentru corpul M în momentul în care acesta începe să se mişte pe suprafaţa de sprijin: $T_2'\dfrac{d}{\sqrt{h^2+d^2}}=\mu\left(Mg-T_2'\dfrac{h}{\sqrt{h^2+d^2}}\right)$

$T_2'=\mu Mg\dfrac{\sqrt{h^2+d^2}}{d+\mu h}=20\text{N}$. Din condiţia de echilibru pentru scripetele mobil avem:

$T_1'=2T_2'=40\text{N}$. Scriem condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie pentru bară în momentul în care corpul M începe să se

Figura 2.12.c.R



mişte pe suprafaţa de sprijin: $m_0t_1g\ell+mg\dfrac{\ell}{2}=T_1'\dfrac{\ell}{4}$, de unde obţinem

$t_1=\dfrac{T_1'-2mg}{4m_0g}=500\text{s}.$

2.13. ***A.*** *a)* În momentul emiterii primului semnal sonor între pieton şi maşină este distanţa d. În intervalul de timp Δt maşina a parcurs distanţa $v_1\Delta t$. Primul semnal ajunge la pieton la momentul $t_1=\dfrac{d}{v}$, al doilea semnal ajunge la pieton după timpul $t_2=\dfrac{d-v_1\Delta t}{v}$. Intervalul de timp dintre momentele recepţionării celor două semnale este:

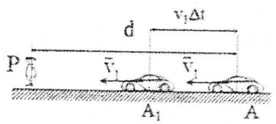


Figura 2.13.a.R

$\Delta t'=(t_2+\Delta t)-t_1=\left(\dfrac{d-v_1\Delta t}{v}+\Delta t\right)-\dfrac{d}{v}$,

$\Delta t'=\dfrac{v-v_1}{v}\cdot\Delta t$, iar distanţa parcursă de maşină în acest interval de timp este

$d'=v_1\Delta t'=\dfrac{v_1(v-v_1)}{v}\cdot\Delta t=32{,}3\text{m}.$

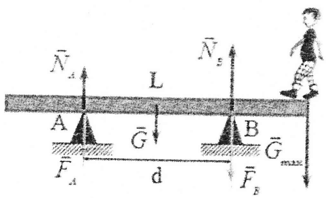


Figura 2.13.B.R

b) Distanţa dintre cele două semnale sonore, în timpul deplasării lor, pe direcţia şoselei, este $L=(v-v_1)\Delta t$ şi rămâne aceeaşi şi după reflexia lor pe clădire. Intervalul de timp dintre momentele recepţionării de către şoferul maşinii a celor două semnale sonore reflectate de clădirea C este

$\Delta T=\dfrac{L}{v+v_1}=\dfrac{v-v_1}{v+v_1}\cdot\Delta t=1{,}809\text{s}.$

B. Forţele de apăsare asupra stâlpilor sunt egale cu forţele normale de reacţiune $F_A=N_A, F_B=N_B$. Pentru ca forţa de apăsare asupra stâlpului să fie maximă, trebuie ca braţul greutăţii omului să fie maxim, adică omul să fie la capătul punţii, masa maximă a omului corespunde situaţiei $N_B=F=3000\text{N}$. Condiţia de echilibru la mişcarea de rotaţie, faţă de punctul A, este: $M_{G(A)}+M_{G_{max}(A)}=M_{N_B(A)}$, adică $Mg\dfrac{d}{2}+m_{max}g\left(\dfrac{L-d}{2}+d\right)=Fd$, de unde

se obţine $m_{max}=\dfrac{d(2F-Mg)}{g(L+d)}=160\text{kg}$.

2.14. *a)* Forţa de tracţiune este egală cu forţa de tensiune din fir, $F=T$. Forţa elastică din resort este nulă, resortul fiind netensionat, corpul nu apasă pe suport. Scriem condiţia de echilibru de translaţie pentru sistemul format din scripetele mobil şi corpul de masa m: $2T=G$, $G=mg$,

$F=\dfrac{mg}{2}=50\text{N}.$

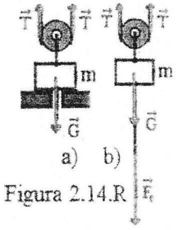


Figura 2.14.R

b) Alungirea resortului inferior este: $\Delta\ell_1=\dfrac{F_e}{k}$. Alungirea este maximă atunci când forţa deformatoare este maximă. Scriem condiţia de echilibru: $F_e+G=2T$, de unde obţinem $F_e=2T-G$. Forţa deformatoare este maximă când $T=F_{max}$, $\Delta\ell_1=\dfrac{2F_{max}-mg}{k}=18{,}75\text{cm}.$

c) Dacă notăm cu $\Delta\ell_2$ alungirea resortului superior, distanţa pe care se deplasează capătul A al firului este: $d=2\Delta\ell_1+\Delta\ell_2$, $\Delta\ell_2=\dfrac{F_{max}}{k}$,

$d=\dfrac{5F_{max}-2mg}{k}=0{,}5\text{m}.$

2.15. ***A.*** *a)* Scriem condiţia de echilibru pentru tijă, la mişcarea de rotaţie, în raport cu punctul A:

$T_1\cdot\dfrac{l}{4}=m_0g\cdot\dfrac{l}{4}+m_1g\dfrac{3l}{4}$,

$T_1=g\cdot(m_0+3m_1)$

Scriem condiţia de echilibru la mişcarea de translaţie pentru corpul C_2:

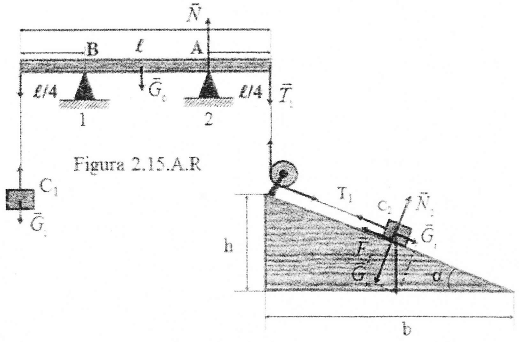


Figura 2.15.A.R

$G_t = F_f + T_1 \Rightarrow T_1 = m_{x\max} g\cdot(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$, dar: $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, și $\cos\alpha=\frac{4}{5}$

Rezultă: $m_{x\max}=\frac{m_0+3m_1}{\sin\alpha-\mu\cos\alpha}=3,25\text{kg}$;

În mod analog, scriind condiția de echilibru la mișcarea de rotație pentru tijă, în raport cu punctul B:

$T_2\cdot\frac{3l}{4}+m_0g\cdot\frac{l}{4}=m_1g\frac{l}{4}$, $T_2=\frac{g\cdot(m_1-m_0)}{3}$

Pentru corpul C_2:

$T_2=G_t+F_f\Rightarrow T_2=m_{x\min}g\cdot(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)$

Rezultă: $m_{x\min}=\frac{m_1-m_0}{3\cdot(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)}=0,125\text{kg}$;

b) Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație pentru tijă, având în vedere că tija nu apasă pe reazemul 1: $N_2=T_1+G_1+G_0$

$N_2=g(2m_0+4m_1)\Rightarrow N_2=18N;\quad N_1=0$

Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație pentru tijă, având în vedere că tija nu apasă pe reazemul 2: $N_1=T_2+G_1+G_0$

$N_1=\frac{g}{3}(2m_0+4m_1)\Rightarrow N_1=6N;\quad N_2=0$

B. Bilele ajung simultan la manta de lansare.

Justificare: componenta vitezei v pe direcția perpendiculară pe manta de lansare este constantă, egală cu $v\cdot\sin\alpha$, pentru fiecare masă.

Timpul după care bilele revin la manta de lansare este: $\Delta t=\frac{2d}{v\cdot\sin\alpha}$, unde d este lățimea meselor.

2.16. *a)* Notăm cu x poziția centrului de greutate față de punctul din care pleacă Adi. La echilibru: $G_1x=G_0\left(\frac{L}{2}-x\right)+G_2(L-x)$,

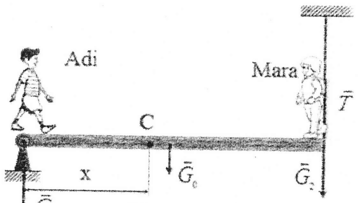


Figura 2.16.a.R

$2Mx=m_0(L-2x)+2m(L-x)$, de unde se obține: $x=\frac{L(2m+m_0)}{2(M+m+m_0)}=2,062\text{m}$.

b) Legile de mișcare ale celor doi copii: $x_1=v_1t,\ x_2=L-v_2t$; momentul de întâlnire se obține din condiția $x_1=x_2\Rightarrow t=\frac{L}{v_1+v_2}=10\text{s}$, locul întâlnirii $x_1=v_1t=2\text{m}$. Copiii ajung la

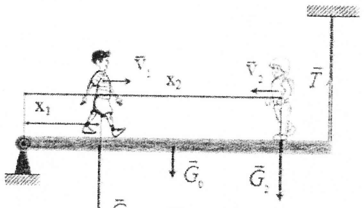


Figura 2.16.b.R

capetele scândurii la momentele $t_1=\frac{L}{v_1}=22,5\text{s}$, $t_2=\frac{L}{v_2}=18\text{s}$. Graficele mișcării celor doi copii sunt reprezentate în figura 2.16.b1.R.

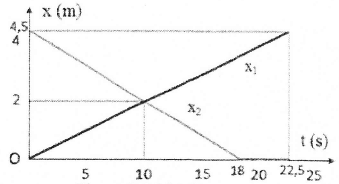


Figura 2.16.b1.R

c) Ecuația de echilibru pentru scândură,

$$T_{(t)}\cdot L=Mgv_1t+m_0g\frac{L}{2}+mg(L-v_2t).$$

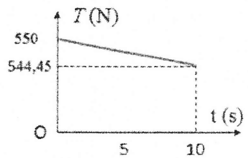


Figura 2.16.c.R

Expresia matematică a tensiunii din cablu, pentru un moment oarecare t, este:

$T_{(t)}=\frac{m_0+2m}{2}g-\frac{g(mv_2-Mv_1)}{L}$,

$T_{(t)}=550-0,555t(\text{N})$, iar valoarea tensiunii în momentul întâlnirii elevilor: $T_{(10)}=544,45$ N.

Graficul T(t) este reprezentat în figura 2.16.c.R.

2.17. Condiția de mișcare uniformă a corpului pe scândură este: $T=F_f\Leftrightarrow T=\mu mg$. Scriem condițiile de echilibru pentru tambur: translație $T=F+F_1$ și rotație

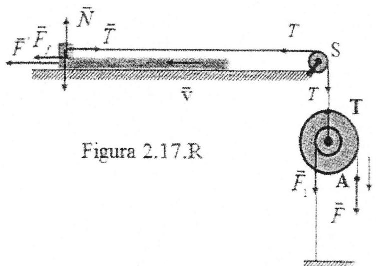


Figura 2.17.R

$F_1r=FR\Rightarrow F_1=\frac{FR}{r}$, $T=F+\frac{FR}{r}\Rightarrow$,

$F=\frac{\mu mgr}{R+r}=1\text{N}$.

b) După o rotație completă a tamburului $d=2\pi r, L=2\pi R$, punctul M de pe tambur a coborât pe distanța $2\pi(R+r)=vt$. În acest timp, corpul a parcurs distanța $2\pi r=v_0t$. Împărțind cele două relații membru la membru, obținem $v_0=\frac{vr}{R+r}=2\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

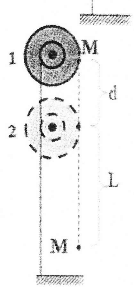


Figura 2.17.b.R

c) Corpul parcurge lungimea scândurii cu viteza $v_{rel}=v+v_0$,

$\Delta t=\frac{\ell}{v_{rel}}=\frac{\ell}{v+v_0}=4\text{s}$.

2.18. *A.* Timpii în care maimuțele ajung în C sunt: $t_\alpha=\frac{2a}{v}=100\text{s}$, $t_\gamma=\frac{a+b}{v}=75,88\text{s}$. Pentru maimuța β, reprezentăm în același plan triunghiurile AVB și BVC (care este echilateral, cu latura **a**. Unghiul AVC are 90°

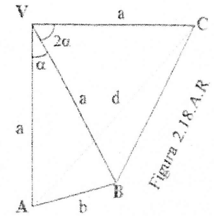


Figura 2.18.A.R

$t_\beta = \frac{d}{v} = \frac{a\sqrt{2}}{v} = 70,5\text{s}$, maimuța β ajunge prima.

B. Considerăm că imaginea din figura 2.18.B.R constituie starea limită de echilibru presupusă de problemă.
Forțele care acționează asupra lespezilor sunt reprezentate în figura 2.18.B.R. Scriem condițiile de echilibru pentru: lespedea de sus:

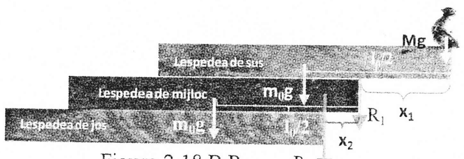


Figura 2.18.B.R

$x_1 Mg = m_0 g\left(\frac{\ell_0}{2} - x_1\right)$, de unde obținem

$x_1 = \frac{m_0 \ell_0}{2(M+m_0)} = 0,8\,\text{m}$, și, respectiv, pentru

lespedea de mijloc: $R_1 = (M+m_0)g = 1250\text{N}$,

$R_1 x_2 = m_0 g\left(\frac{\ell_0}{2} - x_2\right)$, de unde obținem

$x_2 = \frac{m_0 \ell_0}{2(M+2m_0)} = 0,44\,\text{m}.$

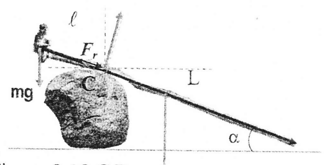


Figura 2.18.C.R

Distanța maximă posibilă: $d = \ell_0 + x_2 + x_1 = 3,24\,\text{m}$.

C. Condițiile de echilibru pentru creangă:

mișcarea de rotație $mg\ell\cos\alpha = M_0 g\left(\frac{L}{2} - \ell\right)\cos\alpha$, de unde obținem masa

crengii $M_0 = \frac{2m\ell}{L-2\ell} = 20\text{kg}$; mișcarea de translație

$N\sin\alpha = F_r\cos\alpha, F_r = \mu N$, de unde se obține

$\mu = tg\alpha \cong 0,577$.

2.19. ***a.*** Forțele implicate sunt reprezentate în figura 2.19.a.R. Scriem ecuațiile de echilibru: - pentru

scândură $m_0 g\frac{d}{2} = F_1 d$, forța

elastică, $F_1 = k\Delta\ell = k(2h - \ell_0)$; - pentru furtun

$F_1 = M_1 g$, $k = \frac{m_0 g}{2(2h-\ell_0)} = 40\frac{\text{N}}{\text{m}}$,

$M_1 = \frac{m_0}{2} = 8\text{kg}$.

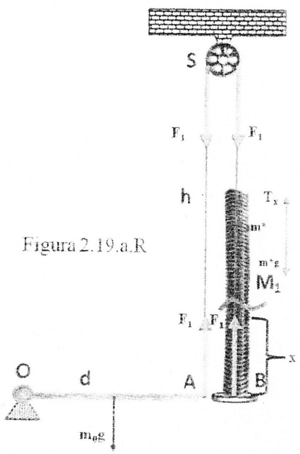


Figura 2.19.a.R

Din condiția de echilibru la translație pentru furtun la distanța x,

obținem: $T_x = \frac{M_1}{y}(y-x)g = 48\text{N}$.

b. Alungirea cablului este: $\Delta\ell_2 = h + h\sqrt{2} - \ell_0 = 6,1\text{m}$, $F_2 = k\Delta\ell_2 = 244\text{N}$.
Scriem ecuația de echilibru pentru

scândură $F_2 d = (m+m_0)g\frac{d}{2}$, de unde

obținem masa lui Dani

$m = \frac{2F_2}{g} - m_0 = 32,8\text{kg}$, apoi scriem

condițiile de echilibru pentru sac:

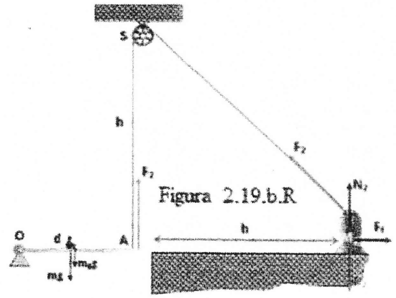


Figura 2.19.b.R

$N_2 + F_2\frac{\sqrt{2}}{2} = M_2 g$,

$N_2 = M_2 g - F_2\frac{\sqrt{2}}{2} = 227,98\text{N}$,

$F_f = F_2\frac{\sqrt{2}}{2} = 172,02\text{N}$.

c. Alungirea cablului în acest caz este: $\Delta\ell_3 = 2h + x - \ell_0$,
iar condiția de echilibru pentru scândură:

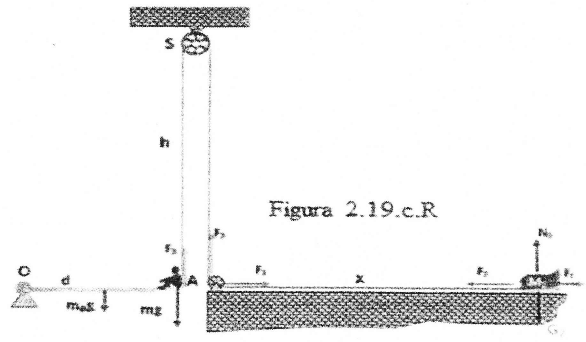


Figura 2.19.c.R

$F_3 d = mgd + m_0 g\frac{d}{2}$,

$F_3 = g\left(m + \frac{m_0}{2}\right) = 408\text{N}$,

$F_3 = F_f = k\Delta\ell_3$,

$F_3 = k(2h + x - \ell_0)$, de unde obținem $x = \frac{F_3}{k} + \ell_0 - 2h = 8,2\text{m}$.

Condiția de echilibru pentru sac: $N_3 = M_2 g$, $F_3 = F_f = \mu N_3 = \mu M_2 g$,

$\mu = \frac{F_3}{M_2 g} = 1,02$.

2.20. ***a)*** Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație pentru scândură: $G_{t1} = F_{f1} + F_{f2}$, $G_{n1} + F_{n2} = N_1$, $F_{n2} = G_{n2}$, $F_{f1} = \mu_1 N_1, F_{f2} = \mu_2 N_2$,

$m_1 g\sin\alpha = \mu_1(m_1 g + m_2 g)\cos\alpha + \mu_2 m_2 g\cos\alpha$, de unde obținem

$\mu_1 = \frac{m_1\sin\alpha - \mu_2 m_2\cos\alpha}{(m_1+m_2)\cos\alpha} = 0,43$.

b) Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație pentru corpul B:

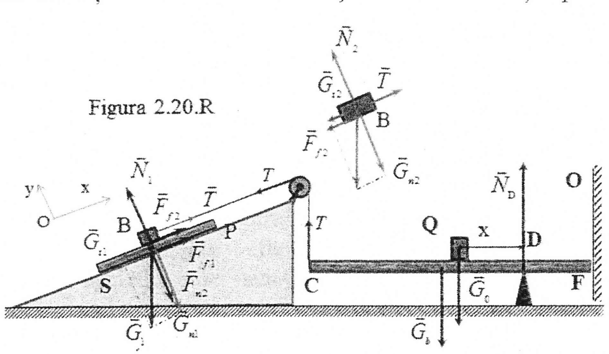


Figura 2.20.R

$G_{t2} + F_{f2} = T, \quad N_2 = G_{n2}, F_{f2} = \mu_2 N_2, \quad T = m_2 g(\sin\alpha + \mu_2 \cos\alpha) = 2{,}04\text{N}$.
Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație, față de punctul D, pentru

bară: $M_{T(D)} = M_{G_b(D)} + M_{G_0(D)}, \quad T(\ell - d) = m_b g\left(\frac{\ell}{2} - d\right) + m_0 g x$, de unde

obținem: $x = \frac{2T(\ell - d) - m_b g(\ell - 2d)}{2m_0 g} = 8{,}56\text{cm}$. Distanța de la corp la oglindă este $d + x$. Având în vedere că obiectul și imaginea sunt simetrice față de oglinda plană, distanța dintre corp și imagine este: $D = 2(x + d) = 77{,}12\text{cm}$.

c) **Cazul 1.** Corpul a căzut de pe scândură și se află la limita alunecării spre baza planului înclinat. Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație pentru corpul B:

$G_{t1} = F_{f1} + T_1, \quad N_2 = G_{n2}, F_{f2} = \mu_1 N_2, \quad T_1 = m_2 g(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) = 0{,}768\text{N}$.

Comparăm momentele $M_{T_1(D)} = T_1(\ell - d) = 0{,}539\,\text{Nm}$ și

$M_{G_b(D)} = m_b g\left(\frac{\ell}{2} - d\right) = 1\text{Nm}$, $M_{T_1(D)} < M_{G_b(D)}$. Asta înseamnă că vom pune corpul Q la dreapta reazemului D la distanța x_1.

Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație, față de punctul D, pentru

bară: $M_{T_1(D)} + M_{G_0(D)} = M_{G_b(D)}, \quad T_1(\ell - d) + m_0 g x_1 = m_b g\left(\frac{\ell}{2} - d\right)$, de unde

obținem $x_1 = \frac{m_b g(\ell - 2d) - 2T_1(\ell - d)}{2m_0 g} = 9{,}22\text{cm}$.

Cazul 2. Corpul a căzut de pe scândură și se află la limita alunecării spre vârful planului înclinat. Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație pentru corpul B:

$G_{t1} + F_{f1} = T_2, \quad N_2 = G_{n2}, F_{f2} = \mu_1 N_2, \quad T_2 = m_2 g(\sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha) = 2{,}832\text{N}$.

Comparăm momentele $M_{T_2(D)} = T_2(\ell - d) = 1{,}98\,\text{Nm}$ și

$M_{G_b(D)} = m_b g\left(\frac{\ell}{2} - d\right) = 1\text{Nm}$, $M_{T_2(D)} > M_{G_b(D)}$.

Asta înseamnă că vom pune corpul Q la stânga reazemului D la distanța x_2.

Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație, față de punctul D, pentru

bară: $M_{T_2(D)} = M_{G_b(D)} + M_{G_0(D)}, \quad T_2(\ell - d) = m_b g\left(\frac{\ell}{2} - d\right) + m_0 g x_1$, de unde

obținem $x_2 = \frac{2T_2(\ell - d) - m_b g(\ell - 2d)}{2m_0 g} = 19{,}64\text{cm}$.

Corpul va putea fi pus oriunde la stânga sau la dreapta reazemului în interiorul distanței $\Delta x = x_1 + x_2 = 28{,}86\text{cm}$.

3. Lucru mecanic. Energie mecanică

A. Probleme de nivel elementar

3.1. Se efectuează lucru mecanic în următoarele situații:
- Andrei ridică o carte de pe podea și o pune pe biroul său.
- Tania deformează un PET.
- Un automobil se deplasează cu viteză variabilă pe o șosea.

3.2. Forțele ce acționează asupra scândurii sunt reprezentate în figura 3.2R. Efectuează lucru mecanic forțele: $\vec{F}$ și $\vec{F}_f$, expresiile matematice ale lucrului mecanic efectuat sunt: $L_F = F \cdot d$, respectiv $L_f = -F_f \cdot d$.

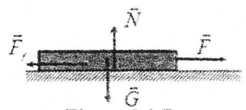


Figura 3.2.R

3.3. Forța $\vec{F}$ efectuează lucru mecanic motor.

3.4. Lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune este dat de relația:
$L = F \cdot d = 320\text{J}$.

3.5. Aria unei suprafețe se calculează înmulțind cele două dimensiuni. După cum se observă, trebuie să înmulțim valoarea unei forțe cu o distanță, deci vom obține lucru mecanic. Ariei suprafeței hașurate este numeric egală cu lucrul mecanic efectuat de forța $\vec{F}$. $L = 3\text{N} \cdot 4\text{m} = 12\text{J}$.

3.6. Dacă automobilul se mişcă uniform, atunci $F = F_r$. Exprimăm viteza în m/s

$$v = 50,4\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{50,4}{3,6}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 14\frac{\text{m}}{\text{s}}$$ şi obţinem $P = F\cdot v = 19600\,\text{W}$.

3.7. $L = F\cdot h = 40\text{N}\cdot 0,8\text{m} = 32\,\text{J}$.

3.8. $P = \frac{L}{t} = \frac{96000\text{J}}{300\text{s}} = 320\,\text{W}$.

3.9. La trecerea prin poziţia de echilibru, sportivul va avea energie cinetică (se află în mişcare) şi energie potenţială gravitaţională.

3.10. $v = 36\frac{\text{km}}{\text{h}} = 10\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $E_c = \frac{mv^2}{2} = \frac{0,01\text{kg}\cdot 100\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 0,5\,\text{J}$.

3.11. Energie potenţială gravitaţională: $E_p = mgh = 0,15\text{kg}\cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot 0,8\text{m} = 1,2\text{J}$.

3.12. $E_{pe} = \frac{k\cdot(\Delta x)^2}{2} = \frac{100\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot\frac{25}{10^4}\text{m}^2}{2} = 0,125\,\text{J}$.

3.13. La înălţimea h, sfera are energie potenţială gravitaţională, iar la sol energie cinetică. Pierderile energetice fiind considerate neglijabile, aplicăm legea de conservare a energiei: $E_{p(h)} = E_{c(sol)}$, $mgh = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = 10,95\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.14. Randamentul la ridicarea corpului pe planul înclinat se scrie: $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{Gh}{F\ell}$, dar $\frac{h}{\ell} = \sin\alpha$, iar relaţia anterioară devine $\eta = \frac{mg\sin\alpha}{F}$, de unde obţinem $F = \frac{mg\sin\alpha}{\eta} = 250\text{N}$. Lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea lăzii este:

$$L = F\ell = F\frac{h}{\sin\alpha} = 1000\,\text{J}.$$

3.15. $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{Gh}{Fh} = \frac{mg}{F} = 0,8$, $L = Fh = 5000\,\text{J}$.

B. Probleme de nivel mediu

3.1. Lucrul mecanic efectuat de Dani pentru întinderea corzii elastice este numeric egal cu aria suprafeţei haşurate. $L = \frac{20\text{N}\cdot 0,1\text{m}}{2} = 1\text{J}$.

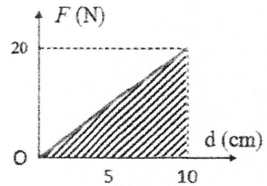


Figura 3.1.R

3.2. Lucrul mecanic efectuat pentru întinderea resortului este mai mare, deoarece centrul de greutate urcă în cazul alungirii.

3.3. Putem calcula lucrul mecanic în situaţia dată în două moduri:

a) $L = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_{12}$, L $L_1 = 0$, primul cub era pe sol, $L_2 = mg\cdot h$, al doilea cub este ridicat la înălţimea *h* peste primul, $L_3 = mg\cdot 2h$, al treilea cub este ridicat la înălţimea 2*h*, peste 2 cuburi ş.a.m.d. Lucrul mecanic total este: $L = 0 + mg\cdot h + mg\cdot 2h + mg\cdot 3h + ... + mg\cdot 11h$,

$$L = mgh(0+1+2+3+...+11) = mgh\cdot\frac{(0+11)12}{2} = 1,98\text{J}.$$

b) Lucrul mecanic efectuat determină creşterea energiei potenţiale gravitaţionale a sistemului $L = \Delta E_p$,

$$L = 12mg\left(\frac{12h}{2} - \frac{h}{2}\right) = mgh\cdot\frac{12(12-1)}{2} = 1,98\text{J}.$$

3.4. Forţa de frecare la alunecare are sens opus mişcării; lucrul mecanic efectuat este un lucru mecanic rezistent, $L = -F_f d = -60\text{kJ}$.

3.5. $t = \frac{d}{v}$, deci avem nevoie să aflăm viteza. Scriem relaţia pentru putere:

$$P = Fv \Rightarrow v = \frac{P}{F},\ t = \frac{Fd}{P} = 1800\text{s}.$$

3.6. Mişcarea fiind uniformă, $F = mg$, $L = Fd = Fvt = mgvt = 300\text{kJ}$, $P = Fv = mgv = 2500\text{W}$.

3.7. $P = \frac{L}{t} = \frac{mgh}{t} = 4000\text{W}$.

3.8. La echilibru: $F = F_e \Leftrightarrow F = k\Delta\ell$, de unde obținem constanta elastică a resortului $k = \frac{F}{\Delta\ell} = 50\frac{\text{N}}{\text{m}}$. Energia potențială pentru deformarea resortului este dată de relația $E_p = \frac{k\Delta\ell_1^2}{2} = 0{,}25\text{J}$.

3.9. $v = 14{,}4\frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{14{,}4}{3{,}6}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Scriem legea de conservare a energiei: energia din momentul aruncării este egală cu energia de la sol $E_{(h)} = E_{(sol)} \Leftrightarrow E_{c(h)} + E_{p(h)} = E_{c(sol)}$; înlocuim în relația anterioară expresia fiecărei energii și obținem $\frac{mv^2}{2} + mgh = \frac{mv_1^2}{2}$, împărțim relația prin m și obținem $v_1 = \sqrt{v^2 + 2gh} = 16\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.10. Când mișcarea devine uniformă, $F = F_r \Leftrightarrow F = cv^2$, de unde se obține viteza $v = \sqrt{\frac{F}{c}} = 20\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Puterea mecanică dezvoltată de motor:
$P = Fv = 29440\text{W} = 40\text{CP}$.

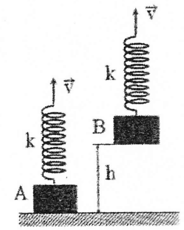
3.11. $\frac{E_{p1}}{E_{p2}} = \frac{m_1gh}{m_2gh} = \frac{m_1gh}{2m_1gh} = \frac{1}{2}$, $E_{p2} = 2E_{p1}$

$$\frac{E_{c1}}{E_{c2}} = \frac{\frac{m_1v_1^2}{2}}{\frac{m_2v_2^2}{2}} = \frac{m_1}{m_2}\cdot\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2,\ \frac{E_{c1}}{E_{c2}} = \frac{m_1}{2m_1}\cdot\left(\frac{2v_2}{v_2}\right)^2 = 2,\ E_{c1} = 2E_{c2}$$

3.12. Scriem legea de conservare a energiei între stările: 1 – aruncarea sferelor, 2 – înainte de ciocnirea cu solul (la sol): $E_1 = E_2 \Leftrightarrow E_{c1} + E_{p1} = E_{c2}$, $\frac{m_1v^2}{2} + m_1gh = \frac{m_1v_1^2}{2}$. După simplificare obținem $v_1 = v_2 = \sqrt{v^2 + 2gh}$. Așa cum se observă din relația anterioară, viteza nu depinde de masă și nici de sensul vitezei, deci sferele vor ajunge la sol cu aceeași viteză, evident, la momente diferite.

3.13. $\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = -3\text{J}$, forța ce acționează asupra bilei de biliard este orientată în sens invers vitezei; energia cinetică a bilei scade.

3.14. $\Delta E_c = E_{c2} - E_{c1} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = 0$, pentru că viteza este constantă,
$\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1} = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) = -6400\text{J}$.



3.15. *a)* Putem considera că în orice moment $F = F_e = k\Delta\ell$. Forța elastică fiind variabilă, vom calcula lucrul mecanic folosind valoarea medie a forței: $L_1 = \bar{F}\Delta\ell = \frac{k(\Delta\ell)^2}{2}$. Calculăm alungirea resortului, având în vedere că la desprinderea ghiozdanului $F = mg$, $\Delta\ell = \frac{mg}{k} = 0{,}2\text{m}$. Înlocuim alungirea în expresia lucrului mecanic și obținem $L_1 = 5\text{J}$.

b) $L = L_1 + L_2$, $L_2 = Fh = mgh = 60\text{J}$, $L = 65\text{J}$.

c) $\Delta E_p = mgh - 0 = mgh = 60\text{J}$.

3.16. *a)* Scriem legea de conservare a energiei între stările: 1 – copilul în vârful toboganului, 2 – când copilul este la baza toboganului:

$E_1 = E_1 \Leftrightarrow mgh = \frac{mv^2}{2}$, de unde rezultă viteza $v = \sqrt{2gh} = 6{,}32\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) Scriem teorema de variație a energiei între stările: 1 – copilul în vârful toboganului, 2 – când copilul este la baza toboganului

$\Delta E = L \Leftrightarrow E_2 - E_1 = L_f$, $\frac{mv^2}{2} - mgh = -0{,}4mg\frac{h}{\sin\alpha}$, de unde obținem

$v = \sqrt{\frac{2gh}{\sin\alpha}(\sin\alpha - 0{,}4)} = 4{,}12\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.17. *a)* Energia potențială de deformare a firelor elastice este egală cu energia cinetică: $E_{p1} = E_{c2} \Leftrightarrow 2\frac{k(\Delta\ell)^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k(\Delta\ell)^2}{m}} = 6{,}32\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) Scriem legea de conservare a energiei: 1 – când piatra este aruncată din praștie; 2 – piatra se află la înălțimea maximă, când viteza devine nulă:

$E_1 = E_2 \Leftrightarrow E_{p1} + E_{c1} = E_{p2}$, $mgh + \frac{mv^2}{2} = mgh_{max}$, $h_{max} = h + \frac{v^2}{2g} = 3{,}5\text{m}$.

3.18. *a)* Folosind scripetele compus, distanța pe care își deplasează forța activă punctul de aplicație va fi $2h$, iar lucrul mecanic va fi: $L = F2h = 18000\text{J}$.

b) $\Delta E_p = mgh = \rho S\ell gh = 10800\text{J}$

c) $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{G \cdot h}{F \cdot 2h} = \frac{\rho S \ell g}{2F} = 0,6.$

3.19. Scriem teorema de variație a energiei între stările: 1 – pucul are viteza v_1; 2 – pucul are viteza v_2: $E_2 - E_1 = L_f$, forța de frecare ce acționează asupra pucului are expresia $F_f = \mu N = \mu mg$, $L_f = -F_f d = -\mu mgd$,

$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = -\mu mgd \quad \mu = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2gd} = 0,09.$$

3.20. Din randamentul la urcarea săniuței $\eta = \frac{Gh}{F\ell} \Rightarrow F = \frac{G\sin\alpha}{\eta}$. Forța necesară urcării uniforme a săniuței este $F = G_t + F_f$. Înlocuind relația obținută pentru forță în relația anterioară, obținem:

$\frac{G\sin\alpha}{\eta} = G\sin\alpha + F_f \Rightarrow F_f = \frac{G\sin\alpha(1-\eta)}{\eta}$. Scriem teorema de variație a energiei mecanice: $E_2 - E_1 = L_f$,

$$mgh_{max} - E_c = -F_f \ell \Leftrightarrow mgh_{max} - E_c = -\frac{mg\sin\alpha(1-\eta)}{\eta} \cdot \frac{h_{max}}{\sin\alpha},$$

$$h_{max} = \frac{\eta E_c}{mg} = 0,875\,\text{m}$$

3.21. a) $L_f = -F_f \ell = -0,1mg\frac{h}{\sin\alpha} = -1600\,\text{J}$

b) $E_{c2} - E_1 = L_f \Leftrightarrow \frac{mv_2^2}{2} = E_1 + L_f$, $v_2 = \sqrt{\frac{2(E_1 - L_f)}{m}} = 21,9\frac{\text{m}}{\text{s}}$

3.22. În cazul scripetelui, putem scrie randamentul atât la urcarea balotului, cât și la coborârea acestuia.

a) la urcare: $\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{Gh}{L_1} = \frac{mgh}{L_1}$, $L_1 = \frac{mgh}{\eta} = 15000\,\text{J}$;

b) la coborârea balotului, forța activă este greutatea acestuia:

$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{L_2}{Gh} = \frac{L_2}{mgh}$, $L_2 = \eta mgh = 9600\,\text{J}$.

3.23. Așa cum am obținut la problema 3.12., viteza nu depinde de masa corpului. Din legea de conservare a energiei mecanice constatăm că cele două sticle vor ajunge la sol cu aceeași viteză $v_1 = v_2 = \sqrt{2gh}$.

3.24. Aplicând legea de conservare a energiei între stările: 1 – mingea este aruncată de la sol; 2 – mingea este la înălțimea maximă, unde are viteza nulă, obținem înălțimea maximă. $E_{c(sol)} = E_{p(h_{max})} \Leftrightarrow \frac{mv_0^2}{2} = mgh_{max}$, $h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}(1)$.

Scriem legea de conservare a energiei:

$E_{c(sol)} = E_{\left(\frac{h_{max}}{2}\right)} \Leftrightarrow \frac{mv_0^2}{2} = mg\frac{h_{max}}{2} + \frac{mv_1^2}{2}$, simplificăm prin m și înlocuim înălțimea maximă dată de relația (1): $\frac{v_0^2}{2} = \frac{v_0^2}{4} + \frac{v_1^2}{2}$, de unde se obține

$$v_1 = \frac{v_0\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}\frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,05\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

3.25. Scriem legea de conservare a energiei: $\frac{mv_A^2}{2} + 0 = 0 + \frac{mv_B^2}{2}$, $v_A = v_B$. Bila de biliard A va rămâne în repaus, iar bila B se mișcă cu viteza pe care a avut-o bila A înainte de ciocnire.

C. Probleme de performanță

3.1. Da. Înălțimea omului care împinge mopul este constantă, forța care pune mopul în mișcare este $F_t = F_f$ cu $F_f = \mu(mg + F\sin\alpha)$,

$F\cos\alpha = \mu(mg + F\sin\alpha)$, $F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$.

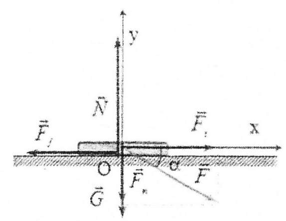


Figura 3.1.R

Dacă unghiul dintre coada mopului și podea scade, atunci forța are modulul mai mic (crește numitorul fracției) și, în consecință, lucrul mecanic efectuat de forța F este mai mic, în condițiile în care trebuie curățată aceeași suprafață.

3.2. Forța exercitată de copil efectuează lucru mecanic pe toate porțiunile. Lucru mecanic motor se efectuează pe porțiunile OA, AB, și BC,

$$L = \frac{(4+10)\text{m} \cdot 2\text{N}}{2} = 14\,\text{J}.$$

Pe porțiunea CD se efectuează lucru mecanic rezistent; forța are sens opus mișcării. $L_r = -\dfrac{2N \cdot 2m}{2} = 2\text{J}$. Lucrul mecanic total este $L_t = 12\text{J}$.

3.3. Din grafic identificăm $F = 20\text{N}$, $d = 4\text{m}$; scriem relația de definiție pentru puterea mecanică: $P = \dfrac{L}{t} = \dfrac{F \cdot d}{t} = 8\text{W}$.

3.4. *a)* Forțele ce acționează asupra sacului sunt reprezentate în figura 3.4.R. Lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea sacului prin tragere este:

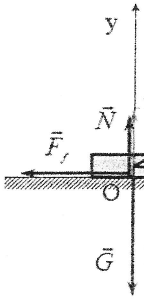


Figura 3.4.a.R

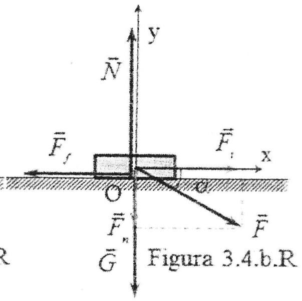


Figura 3.4.b.R

$L_1 = F_t \cdot d = Fd\cos\alpha$. Valoarea forței F se obține din condiția de mișcare uniformă scrisă pe cele două axe: pe axa Ox, $F_t = F_f \Leftrightarrow F\cos\alpha = \mu N$ (1), pe axa Oy $G = N + F\sin\alpha \Rightarrow N = mg - F\sin\alpha$ (2). Introducem expresia lui N dată de relația (2) în relația (1) $F\cos\alpha = \mu(mg - F\sin\alpha)$ și obținem $F = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}$. Revenim în expresia lucrului mecanic și avem: $L_1 = \dfrac{\mu mgd\cos\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} = 891{,}25\text{J}$.

b) Când sacul este împins, obținem $F' = \dfrac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$ mai mare decât F. În acest caz, lucrul mecanic este $L_2 = \dfrac{\mu mgd\cos\alpha}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha} = 1836{,}04\text{J}$, $\Delta L = L_2 - L_1 = 944{,}79\text{J}$. Deci este mai ușor să tragem sacul decât să-l împingem.

3.5. Din aplicarea teoremei de variație a energiei mecanice $E_{cf} - E_{ci} = L_f \Leftrightarrow$ $0 - \dfrac{mv_0^2}{2} = -F_f d$ obținem: $v_0 = \sqrt{\dfrac{2F_f d}{m}} = 14\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.6. Masa porțiunii de lanț aflate pe masă, când lanțul începe să alunece, este: $m_2 = \dfrac{m}{\ell}(\ell - \ell_1)$. Lucrul mecanic efectuat de forța de frecare $L_f = -F_f \cdot \dfrac{(\ell - \ell_1)}{2} = -0{,}2m_2 g \cdot \dfrac{(\ell - \ell_1)}{2}$. Înlocuind expresia pentru m_2, obținem: $L_f = -0{,}1mg \cdot \dfrac{(\ell - \ell_1)^2}{\ell} = -2{,}133\text{J}$.

3.7. Scriem legea de conservare a energiei, alegând ca nivel de referință pentru energia potențială centrul de greutate al lanțului în momentul în care părăsește scripetele (vezi figura 3.7.R): $mg\dfrac{\ell}{4} = \dfrac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{g\ell}{2}} = 5\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

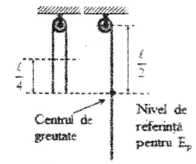


Figura 3.7.R

3.8. *a)* $E_{i2} = m_2 gh = 10\text{J}$. b) Scriem teorema de variație a energiei mecanice între starea inițială (1) și starea în care corpul 2 ajunge la podea (2) cu viteza v: $E_2 - E_1 = L_f \Leftrightarrow \dfrac{m_1 + m_2}{2} \cdot v^2 - m_2 gh = -\mu m_1 gh \Rightarrow \quad v^2 = \dfrac{2gh(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2}$.

Când corpul m_2 ajunge la podea, mișcarea corpului 1 va continua datorită energiei cinetice pe care o are. Scriem teorema de variație a energiei mecanice între starea în care corpul 1 are viteza v (2) și starea în care acesta se oprește (3): $E_3 - E_2 = L_{f1}$, $0 - \dfrac{m_1 v^2}{2} = -\mu m_1 g(d - h)$. Înlocuim expresia lui v^2 în relația anterioară și obținem:
$\dfrac{m_1}{2} \cdot \dfrac{2gh(m_2 - \mu m_1)}{m_1 + m_2} = \mu m_1 g(d - h) \Rightarrow \mu = \dfrac{m_2 h}{(m_1 + m_2)d - m_2 h} = 0{,}2$.

3.9. *a)* $\Delta E_c = 0$, avionul planează cu viteză constantă. *b)* $\Delta E_p = E_{p2} - E_{p1}$, $\Delta E_p = mg(h_2 - h_1) = -5\text{MJ}$. *c)* La coborâre, lucrul mecanic al forțelor de rezistență este: $L_f = \Delta E$, $|L_f| = mg(h_1 - h_2)$; la întoarcere, pe același drum lucrul mecanic efectuat de motor este:
$L = |L_f| + \Delta E_{p2} = mg(h_1 - h_2) + mg(h_1 - h_2)$, $L = 2mg(h_1 - h_2)$. Scriem relația de definiție pentru puterea mecanică $P = \dfrac{L}{t} = \dfrac{Lv}{d}$. Ținând seama că $t = \dfrac{d}{v}$, în final obținem $P = \dfrac{2mgv(h_1 - h_2)}{d} = 40\text{KW}$.

3.10. *a)* Scriem condițiile de echilibru pentru cele trei corpuri:

– Pentru corpul 1,

$T = F_{f1} + F'_{f2} + F_{e1}, N_1 = G_1 + F_{n2}$,

$F_{f1} = 0,5N_1, F_{f2} = 0,5N_2$, $F_{n2} = G_2$,

– Pentru corpul 2, $F_{e2} = F_{f2}, G_2 = N_2$;

– Pentru corpul M, $T = Mg$.

Din prelucrarea relațiilor obținem:

$Mg = 0,5g(m_1 + 2m_2) + k_1\Delta\ell_1$,

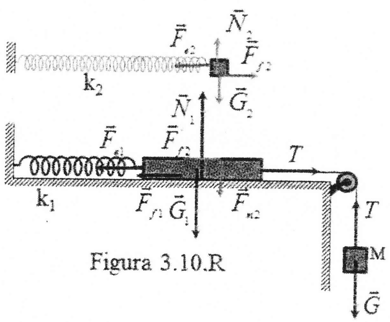


Figura 3.10.R

$k_2\Delta\ell_2 = 0,5m_2g \Rightarrow \Delta\ell_2 = \dfrac{0,5m_2g}{k_2} = 0,5\text{cm}$. Se observă că:

$\Delta\ell_1 = \ell + \Delta\ell_2 = 20,5\text{cm}$, $M = 0,5(m_1 + 2m_2) + \dfrac{k_1\Delta\ell_1}{g} = 1,225\text{kg}$.

b) $\Delta E_p = -Mg\Delta\ell_1 = -2,51\text{J}$.

3.11. *a)* În starea C, energia cinetică este cea mai mare: $E_{c(C)} = E_{p(A)}$. b) Scriem legea de conservare a energiei mecanice între stările A și D:

$\Delta E_{AD} = 0 \Leftrightarrow E_A = E_D$, $mgh = mg2R + \dfrac{mv_D^2}{2}$. Ținând seama că $v_D = \sqrt{gR}$,

obținem: $2gh = 4gR + gR \Rightarrow h = \dfrac{5R}{2} = 25\text{cm}$.

c) Scriem legea de conservare a energiei mecanice între stările D și F:

$\Delta E_{DF} = 0 \Leftrightarrow E_F = E_D$, $\dfrac{mv_F^2}{2} = mgR + \dfrac{mv_D^2}{2} \Leftrightarrow v_F^2 = 2gR + gR$,

$v_F = \sqrt{3gR} = \sqrt{3}\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

3.12. *a)* Scriem legea de conservare a energiei mecanice între stările: sfera cade liber (A) și sfera se află la înălțimea h_1 (B): $mgh = \dfrac{mv_1^2}{2} + mgh_1 \Rightarrow$

$v_1 = \sqrt{2g(h - h_1)} = 20\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) Scriem legea de conservare a energiei mecanice între stările: sfera cade liber (A) și sfera se află la înălțimea h_2 (C):

$mgh = 2mgh_2 + mgh_2 \Rightarrow h_2 = \dfrac{h}{3} = 41,66\text{m}$.

c) Aplicăm teorema de variație a energiei mecanice între stările: sfera cade liber (A) și sfera s-a oprit după ce a pătruns în sol pe distanța d:

$0 - mg(h + d) = -F_r d \Leftrightarrow mg(h + d) = nmgd$, $d = \dfrac{h}{n - 1} = 0,5\text{m}$

3.13. *a)* Înălțimea h_1, măsurată față de nivelul de referință, este $h_1 = \ell - \ell\cos\alpha_1$ (vezi figura 3.13.R). Din legea de conservare avem:

$\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv_1^2}{2} + mg\ell(1 - \cos\alpha_1)$, $v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2g\ell(1 - \cos\alpha_1)} = 3,65\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) $\dfrac{mv_0^2}{2} = mg\ell(1 - \cos\alpha_2)$ $\cos\alpha_2 = 1 - \dfrac{v_0^2}{2g\ell} = 0,2$.

3.14. *a)* Energia cinetică este egală cu energia potențială de deformare:

$\dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{k(\Delta\ell)^2}{2}$, $v = \Delta\ell\sqrt{\dfrac{k}{m}} = 1\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

b) $0 - \dfrac{mv^2}{2} = -\mu mgd$, $d = \dfrac{v^2}{2\mu g} = 12,5\text{cm}$.

3.15. *a)* Scriem condiția de echilibru pentru fiecare corp. Pentru corpul M: $T_2 = G \Leftrightarrow T_2 = Mg(1)$. Pentru cele două corpuri:

$T_1 = F_{f1} + F_{f2}, F_{f1} = F_{f2} = \mu mg$,

$T_1 = 2\mu mg(2)$, randamentul

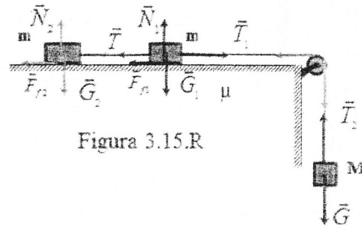


Figura 3.15.R

$\eta = \dfrac{T_1}{T_2} \Leftrightarrow T_1 = \eta T_2(3)$. Înlocuim în relația (3) cele două tensiuni date de relațiile (1) și (2): $2\mu mg = \eta Mg \Rightarrow M = \dfrac{2\mu m}{\eta} = 0,5\text{kg}$.

b) $L_f = -2\mu mgd = 2,4\text{J}$; *c)* $\Delta E_p = -Mgd = -3\text{J}$.

3.16. *a)* Din legea de conservare a energiei: $E_{p1} = E_{c1} = mgh = 40\text{J}$;

b) Energia cinetică după prima ciocnire este: $E'_{c1} = 0,8mgh$. Scriem legea de conservare a energiei mecanice – mingea este la sol, imediat după prima ciocnire, respectiv mingea se află la înălțimea h_1:

$0,8mgh = mgh_1 \Rightarrow h_1 = 0,8h = 16\text{m}$;

c) până la a doua ciocnire corpul a coborât pe distanța h, a urcat până la h_1, apoi a coborât pe distanța h_1, iar lucrul greutății este: $L_G = mgh + (-mgh_1) + mgh_1 = mgh = 40\text{J}$.

3.17. ***a)*** Forțele ce acționează asupra corpului de pe planul înclinat sunt reprezentate în figura 3.17.R; forțele sunt reprezentate prin linie punctată în situația în care corpul urcă. Scriem condițiile de mișcare uniformă în cele două situații:

1. corpul coboară $T_1 = G_1 = m_1 g$,

$T_1 + F_f = G_t \Leftrightarrow m_1 g + F_f = mg\sin\alpha\,(1)$.

2. corpul urcă $T_2 = G_2 = m_2 g$,

$T_2 = G_t + F_f \Leftrightarrow m_2 g = mg\sin\alpha + F_f\,(2)$.

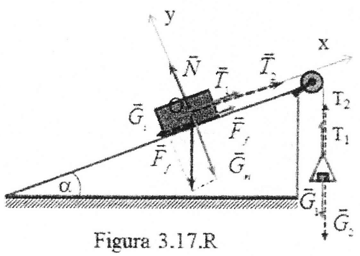


Figura 3.17.R

Adunăm relațiile (1) și (2) membru cu membru și obținem

$$m = \frac{m_1 + m_2}{2\sin\alpha} = 150\text{g}.$$

b) $$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{mgh}{T_2\ell} = \frac{\frac{m_1+m_2}{2\sin\alpha}\cdot\sin\alpha}{m_2} = \frac{m_1+m_2}{2m_2} = 0{,}75.$$

c) $L_f = -F_f\ell$, din relațiile 1 și 2 obținem: $F_f = \dfrac{(m_2 - m_1)g}{2}$,

$$L_f = -\frac{(m_2-m_1)g}{2}\cdot\frac{h}{\sin\alpha} = -0{,}125\text{J}.$$

3.18. ***a)*** $\eta = \dfrac{mgh}{F\ell} \Rightarrow F = \dfrac{mgh}{\eta\ell} = 0{,}8\text{N}$;

b) Corpul urcă uniform: $F = mg\dfrac{h}{\ell} + F_f \Leftrightarrow \dfrac{mgh}{\eta\ell} = mg\dfrac{h}{\ell} + F_f$,

$F_f = \dfrac{mgh}{\eta\ell}(1-\eta)$. Scriem teorema de conservare a energiei mecanice între stările (1) (corpul se află în vârful planului) și (2) (corpul se află la baza planului): $\dfrac{mv^2}{2} - mgh = -F_f\ell$. Înlocuim în relația anterioară expresia forței de frecare: $\dfrac{mv^2}{2} - mgh = -\dfrac{mgh}{\eta\ell}(1-\eta)\ell \Rightarrow v = \sqrt{2gh\left(2-\dfrac{1}{\eta}\right)} = 1{,}83\dfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

c) $0 - 0{,}8\dfrac{mv^2}{2} = -\mu mgd$, $d = \dfrac{0{,}4v^2}{\mu g} = 0{,}67\text{m}$.

d) $L = |L_{oriz}| + |L_{pl\ incl}| + \Delta E_p$,

$$L = \mu mgd + \frac{mgh}{\eta}(1-\eta) + mgh = mg\left(\mu d + \frac{h}{\eta}\right) = 0{,}721\text{J}.$$

3.19. ***a)*** $L = Fd\cos\alpha = 866\text{J}$;

b) $L = (mg\sin\beta + 0{,}2mg)\cdot\dfrac{h}{\sin\beta}$,

$L = mg(\sin\beta + 0{,}2)\cdot\dfrac{h}{\sin\beta} = 1282{,}88\text{J}$,

$\Delta E_p = mgh = 1000\text{J}$.

c) Valoarea minimă a forței corespunde situației în care lada coboară uniform (vezi figura 3.19.R): $F\cos\beta + F_f = G\sin\alpha$,

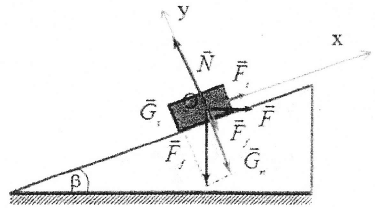


Figura 3.19.c.R

$$F = \frac{mg\sin\beta - 0{,}2mg}{\cos\beta} = \frac{mg(\sin\beta - 0{,}2)}{\cos\beta} = 179{,}3\text{N}.$$

3.20. ***a)*** Scriem teorema de variație a energiei mecanice între stările A și D:

$E_D - E_A = L_f \Leftrightarrow mgh_1 - mgh = -\mu mgd \Rightarrow h_1 = h - \mu d = 0{,}4\text{m}$.

b) Scriem teorema de variație a energiei mecanice:

$0 - mgh = -\mu mgD \Rightarrow D = \dfrac{h}{\mu}$, $d_1 = 2d - \dfrac{h}{\mu} = \dfrac{2}{3}\text{m}$ sau

$0 - mgh_1 = -\mu mgD \Rightarrow D = \dfrac{h_1}{\mu}$, $d_1 = d - \dfrac{h_1}{\mu} = \dfrac{2}{3}\text{m}$.

c) 1. Corpul se oprește în C după ce străbate o singură dată distanța d:

$0 - mgh = -\mu_1 mgd \Rightarrow \mu_1 = \dfrac{h}{d} = \dfrac{1}{2}$.

2. Corpul se oprește în C după ce străbate de 3 ori distanța d:

$0 - mgh = -\mu_2 mg\cdot 3d \Rightarrow \mu_2 = \dfrac{h}{3d} = \dfrac{h}{(2\cdot 2-1)d} = \dfrac{1}{6}$.

3. Corpul se oprește în C după ce străbate de 5 ori distanța d:

$0 - mgh = -\mu_3 mg\cdot 5d \Rightarrow \mu_3 = \dfrac{h}{5d} = \dfrac{h}{(2\cdot 3-1)d} = \dfrac{1}{10}$.

Prin generalizare, se poate scrie: $\mu_n = \dfrac{h}{(2\cdot n-1)d}$, unde $n = 1,2,3,4,5\ldots$

3.21. *a)* Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație, fața de axa de rotație A_1A_2: $2T_2\ell = G_p\frac{\ell}{2}$,

(sunt două frânghii) $2T\ell\sin\alpha = G_p\frac{\ell}{2} \Rightarrow G_p = 4T\sin\alpha$

(sau putem calcula brațul tensiunii

$b=\sqrt{\ell^2-\left(\frac{\ell}{2}\right)^2}=\frac{\ell\sqrt{3}}{2}$ și apoi să scriem momentele

fața de axa de rotație:

$2Tb = G_p\frac{\ell}{2} \Leftrightarrow 2T\frac{\ell\sqrt{3}}{2} = G_p\frac{\ell}{2} \Rightarrow G_p = 2T\sqrt{3}$).

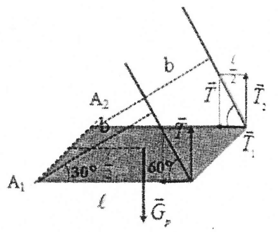


Figura 3.21.a.R

Lucrul mecanic efectuat de greutatea podului este:

$L_{G_p} = -G_p\frac{\ell}{2} = -2T\ell\sin\alpha = 10392{,}3\text{J}$.

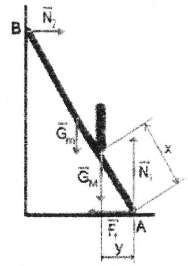


Figura 3.21.b.R

b) Forțele ce acționează asupra scării sunt reprezentate în figura 3.21.b.R. Condiția de echilibru la mișcarea de translație pe direcție verticală se scrie:

$N_1 = mg + Mg = 1000\text{N}$.

c) Condiția de echilibru la mișcarea de translație pe direcție orizontală se scrie:

$F_f = N_2\,(1)$.

Scriem condiția de echilibru la mișcarea de rotație față de punctul A:

$N_2\cdot h = G_m\cdot\frac{d}{2} + G_M\cdot y$, unde $d=\sqrt{L^2-h^2}=6\text{m}$, $N_2=\frac{mgd}{2h}+Mgy\,(2)$.

Din asemănarea triunghiurilor obținem: $y = x\cdot\frac{d}{L}\,(3)$. Înlocuim în relația (1) expresia lui N_2 dată de relația (2) și y dat de relația (3) și obținem:

$F_f = \frac{mgd}{2h}+\frac{Mgd}{Lh}x$, $F_f = 75 + 60\cdot x$ (N).

3.22. *a)* Sistemul mecanic din cutie este format din 2 fire elastice cu lungimi în stare nedeformată diferite. Din valorile înscrise în tabel și din graficul corect construit rezultă că: $\ell_{02} = \ell_{01} + 0{,}02\,(m)$.

La început, sub acțiunea forței F este alungit doar firul de lungime ℓ_{01}, inițial nedeformat. Atunci când forța F ia valori cuprinse în intervalul $[0{,}4;2]\,\text{N}$, sistemul se comportă ca o *„grupare paralel”* între cele 2 fire elastice.

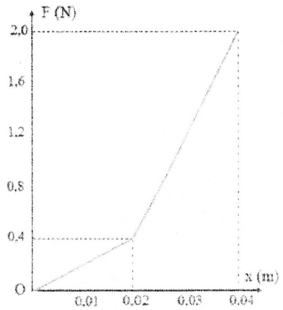


Figura 3.22.R

b) Din prima porțiune a graficului rezultă: $k_1 = \frac{0{,}4\text{N}}{0{,}02\text{m}} = 20\frac{\text{N}}{\text{m}}$. Din a doua porțiune a graficului rezultă constanta elastică a firelor legate în paralel: $k_p = \frac{(2-0{,}4)\text{N}}{(0{,}04-0{,}02)\text{m}} = 80\frac{\text{N}}{\text{m}}$, unde $k_p = k_1 + k_2 \Rightarrow k_2 = 60\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

c) Lucrul mecanic se poate calcula din relația: $L = F_m\cdot\Delta x$ sau din interpretarea geometrică a lucrului mecanic. $L = L_1 + L_2$;

$L_1 = 4\text{mJ}$; $L_2 = 24\text{mJ}$ și $L = 28\text{mJ}$.

3.23. După desprinderea ultimei bile, alungirile firelor sunt:

$\Delta\ell_1 = \frac{mg}{k} = \Delta\ell, \Delta\ell_1 = 2\text{cm}$,

$\Delta\ell_2 = \frac{2mg}{k} = 2\Delta\ell$, $\Delta\ell_2 = 4\text{cm}$,

$\Delta\ell_3 = \frac{3mg}{k} = 3\Delta\ell$, $\Delta\ell_1 = 6\text{cm}$,

$\Delta\ell_4 = \frac{4mg}{k} = 4\Delta\ell$, $\Delta\ell_4 = 8\text{cm}$.

Graficul forței de tracțiune este reprezentat în figura 3.23.a.R.

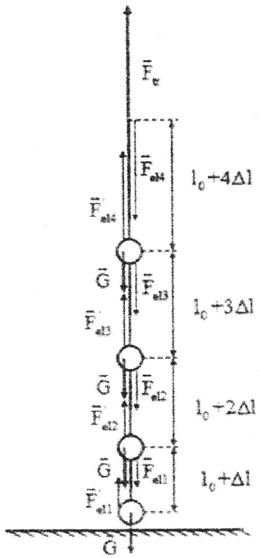


Figura 3.23.R

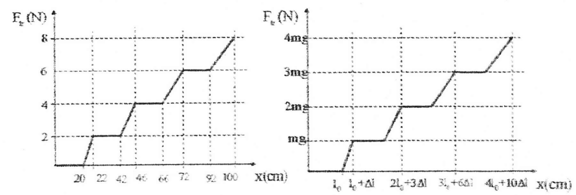


Figura 3.23.a.R

b) Lucrul mecanic al forței de tracțiune este egal cu aria de sub graficul forței ce își deplasează punctul de aplicație pe distanța de 100 cm. L_F=3,4J

c) Lucrul mecanic al greutății primei bile care se desprinde de masă este:

$L_4 = -mg(3\ell_0 + 6\Delta\ell)$.

Lucrul mecanic al greutății pentru celelalte bile este:

$L_3 = -mg(2\ell_0 + 3\Delta\ell)$, $L_2 = -mg(\ell_0 + \Delta\ell)$, L_1=0

Lucrul mecanic al greutății sistemului de bile este:

$L_G = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = -mg(6\ell_0 + 10\Delta\ell) = -2{,}8\text{J}$

Diferența calculată este: $L_F - |L_G| = 0{,}6\text{J}$. Această diferență reprezintă lucrul mecanic efectuat împotriva forțelor elastice din fire.

3.24. *1)* Lucrul mecanic efectuat pentru ridicarea lamelei (figura 3.24.a.R):

$L_1 = mg\frac{h}{2} = 2\,\text{mJ}.$

2) Lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea din poziția AB' este jumătate din lucrul mecanic efectuat pentru deplasarea creionului din poziția $A'B'$ în poziția AB (figura 3.24.b.R). Lucrul mecanic minim efectuat pentru deplasarea paralelă a creionului: $F = F_f$, $N = mg$, $L = Fh = \mu mgh$. Lucrul mecanic minim cheltuit la rotația creionului este: $L_2 = \frac{\mu mgh}{2} = 0{,}4\,\text{mJ}.$

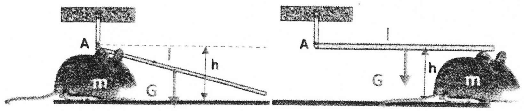


Figura 3.24.a.R

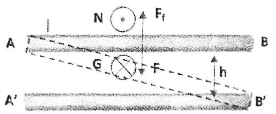


Figura 3.24.b.R

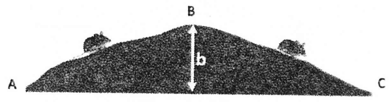


Figura 3.24.c.R

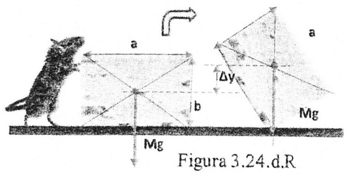
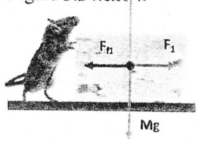


Figura 3.24.d.R

Figura 3.24.e.R



3) Lucrul mecanic efectuat la urcarea dealului: $L_{AB} = E_{pB} - E_{pA} = mgh$, la coborârea dealului: $L_{BC} = E_{pC} - E_{pB} = -mgh$ (figura 3.24.c.R), iar

$L_3 = L_{AB} + |L_{BC}| = 2mgh = 1{,}2\,\text{mJ}.$

4) Lucrul mecanic minim necesar pentru rostogolire:

$$L_4 = Mg\left(\Delta y + \Delta y'\right) = Mg\left(\sqrt{a^2+b^2} - \frac{b}{2} - \frac{a}{2}\right) = 6{,}75\,\text{mJ}.$$

5) Ecuațiile echilibrului de forțe pentru mișcarea bucății de brânză la limita lunecării sunt: $F_1 = F_{f1}, N_1 = Mg, F_{f1} = \mu N_1$, iar lucrul mecanic minim necesar pentru deplasarea bucății de brânză: $L_5 = \mu Mg\left(a+b\right) = 63\text{mJ}.$

3.25. *a)* Scriem legea de conservare a energiei mecanice între punctele A și B: $\frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_2^2}{2}$, de unde se obține: $v_1 = \sqrt{v_2^2 - 2gh_1} = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}.$

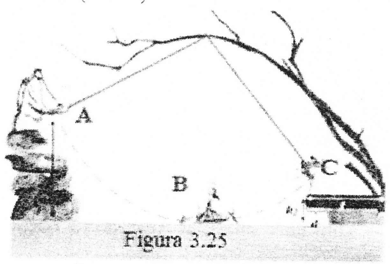


Figura 3.25

b) Scriem legea de conservare a energiei mecanice între punctele B și C pentru grupul Jane – Tarzan: $\frac{(m_1+m_2)}{2}\left[(1-f)v_2\right]^2 = (m_1+m_2)gh_2$, de unde determinăm $h_2 = \frac{\left[(1-f)v_2\right]^2}{2g} = 2{,}81\,\text{m}.$

c) Forțele care acționează asupra lespezii la limita echilibrului sunt reprezentate în figura 3.25.R.

Ecuația echilibrului de rotație pentru lespede este: $(m_1+m_2)gd = Mg\left(\frac{\ell}{2} - d\right)$,

$$M = \frac{2d(m_1+m_2)}{\ell - 2d} = 240\,\text{kg}.$$

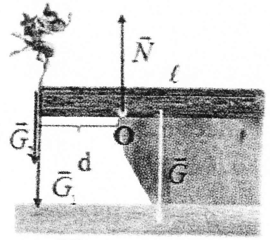


Figura 3.25.R

4. Mecanica fluidelor

A. Probleme de nivel elementar

4.1. Pascalul (Pa) – unitatea de măsură pentru presiune. $\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}^2}$.

4.2. Presiunea este definită prin relația $p = \frac{F_n}{S}$. Pentru ca presiunea să fie mai mică, trebuie ca suprafața de contact să fie cât mai mare, astfel încât utilajul să nu se scufunde în zăpadă.

4.3. $p = \frac{F_n}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho \ell^3 g}{\ell^2} = \rho g \ell = 7800\,\text{Pa}$.

4.4. Scriem definiția presiunii $p = \frac{F}{S}$, exprimăm suprafața pe care acționează forța în funcție de diametru $S = \frac{\pi d^2}{4}$, înlocuim expresia suprafeței în relația de definiție a presiunii și obținem: $p = \frac{4F}{\pi d^2} = 1299883\,\text{Pa}.$

4.5. $p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = pS = 5\,\text{N}.$

4.6. $p=\frac{mg}{2S}\Rightarrow m=\frac{2pS}{g}=4\,\text{kg}.$

4.7. Presiunea hidrostatică exercitată pe fundul vasului se calculează conform relației: $p=\rho gh=1500\,\text{Pa}$.

4.8. Presiunea hidrostatică este dată de relația $p=\rho gh$, din care se observă că presiunea este direct proporțională cu adâncimea $(\rho=const.)$. Din grafic identificăm presiunea corespunzătoare unei anumite adâncimi; spre exemplu, la $h=10\,\text{m}$ presiunea este $p=100\,\text{kPa}$, iar din relația anterioară obținem $\rho=\frac{p}{gh}=1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

4.9. Din vasul cu nivelul mai mare în vasul cu nivelul mai mic (adică din vasul mai mic în vasul mai mare), de la presiune mai mare la presiune mai mică.

4.10. $p=\rho gh\Rightarrow h=\frac{p}{\rho g}=\frac{101325\,\text{Pa}}{1000\frac{kg}{m^3}\cdot 10\frac{\text{N}}{\text{kg}}}=10{,}13\,\text{m}$, o coloană de apă de 10,13 m exercită aceeași presiune ca și o coloană de mercur cu lungimea de 0,76 m. Pe lângă faptul că era foarte greu de construit și folosit un tub cu o astfel de lungime, mai apăreau și alte fenomene care ar fi viciat rezultatul măsurătorilor.

4.11. Presiunea din interiorul tubului este mai mică decât cea din exterior. Experimentul pune în evidență presiunea atmosferică.

4.12. $h=\frac{p}{\rho g}=0{,}5\,\text{m}.$

4.13. Presiunea hidrostatică va fi mai mică deoarece scade nivelul lichidului, fiind suprafața mai mare.

4.14. Din relația $p=\rho gh\Rightarrow\rho=\frac{p}{gh}$, pentru a răspunde la întrebare trebuie să comparăm presiunile pentru aceeași adâncime. Din grafic se observă că între presiuni există relația $p_1>p_2>p_3>p_4$ Cum $\rho_1=\frac{p_1}{gh},\rho_2=\frac{p_2}{gh},\ldots$ rezultă că $\rho_1>\rho_2>\rho_3>\rho_4$.

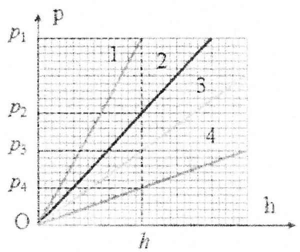


Figura 4.14.R

4.15. În conformitate cu principiul vaselor comunicate, într-un plan ce trece prin același lichid presiunea este aceeași: $p_1=p_2\Leftrightarrow\rho_a g\Delta h=\rho_x gh\Rightarrow$

$$\rho_x=\frac{\rho_a\Delta h}{h}=0{,}8\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

4.16. Considerăm că randamentul presei este 1, ceea ce înseamnă că presiunile în cei doi cilindri sunt egale: $p_1=p_2\Leftrightarrow\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}$, $F_2=F_1\frac{S_2}{S_1}=400\,\text{N}$.

4.17. $p_1=p_2\Leftrightarrow\frac{F_1}{S_1}=\frac{F_2}{S_2}\Leftrightarrow\frac{F_2}{F_1}=\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\Rightarrow\frac{d_2}{d_1}=\sqrt{\frac{F_2}{F_1}}=5.$

4.18. $F_A=G_a=\rho_a V_a g=\rho_a\frac{m}{\rho}g=\rho_a\frac{G}{\rho}=10\,\text{N}.$

4.19. Condiția de plutire a sferei este:

$$G=F_A\Leftrightarrow\rho Vg=\rho_0 V_{dez}g\Leftrightarrow\rho V=\rho_0(1-x)V\Rightarrow x=1-\frac{\rho}{\rho_0}=0{,}375=37{,}5\%$$

se află deasupra apei.

4.20. Greutatea aparentă este: $G_a=G-F_A\Rightarrow F_A=G-G_a=20\,\text{N}.$

4.21. Forța ascensională este: $F_a=F_A-G\Rightarrow G=F_A-F_a=3{,}5\,\text{N}.$

4.22. Forța arhimedică depinde de natura lichidului (densitatea) în care este scufundat corpul. Când vaporul plutește pe apa din Marea Neagră, $G=\rho_1 V_1 g$, V_1 – volumul de apă dezlocuit de vapor; când vaporul plutește pe apa din Dunăre, $G=\rho_2 V_2 g$. Din cele două relații obținem: $\rho_1 V_1=\rho_2 V_2\Leftrightarrow\frac{\rho_1}{\rho_2}=\frac{V_2}{V_1}$. Cum $\rho_1>\rho_2$, rezultă că $V_2>V_1$, deci vaporul se mai scufundă când trece în Dunăre.

4.23. Pentru scufundarea submarinului trebuie să mărim greutatea acestuia; pentru aceasta se introduce apă în rezervoare. Pentru ieșirea la suprafață trebuie să micșorăm greutatea, deci vom scoate apa din rezervoare.

4.24. După umplerea paharelor, echilibrul balanței se menține, paharele având mase egale. Masa bucății de lemn este egală cu masa volumului de apă dezlocuit de bucata din lemn.

4.25. La echilibru: $F_e=G-F_A\Leftrightarrow k\Delta\ell=mg-F_A\Rightarrow F_A=mg-k\Delta\ell=1{,}25\,\text{N}.$

B. Probleme de nivel mediu

4.1. Forța ce apasă pe planul înclinat este egală cu $G_n = mg\cos\alpha$,

$$p = \frac{mg\cos\alpha}{S} = 259{,}8\,\text{Pa}.$$

4.2. Descompunem forța pe direcția mișcării și perpendicular pe direcția mișcării. Forța ce exercită presiune este $F_n = G - F\sin\alpha = mg - F\sin\alpha$, $p = \frac{F_n}{S}$,

$$p = \frac{mg - F\sin\alpha}{S} = 10500\,\text{Pa}.$$

4.3. Presiunea pe fundul cilindrului este:

$$p = p_0 + \frac{mg + \frac{\pi d_2^2}{4}h\rho g}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \Leftrightarrow p - p_0 = \frac{4mg}{\pi d_1^2} + \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \cdot \rho g h \Rightarrow$$

$$m = \frac{\left[p - p_0 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 \cdot \rho g h\right]\pi d_1^2}{4g} = 500\,\text{g}$$

4.4. Scriem condiția de echilibru la mișcarea de translație: $G = F_e + N$, de unde rezultă $N = G - F_e$.
Forța care acționează perpendicular pe suprafață este: $F_n = G - F_e$, iar presiunea este:

$$p = \frac{F_n}{S} = \frac{G - F_e}{\ell^2} = \frac{mg - k\Delta\ell}{\ell^2} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{mg - p\ell^2}{k} = 5\,\text{cm}.$$

4.5. ***a)*** Când paharul este așezat normal, aria suprafeței de contact este:

$S_1 = \frac{\pi D^2}{4}$, iar presiunea este $p_1 = \frac{mg}{S_1} = \frac{4mg}{\pi D^2} \cong 642\,\text{Pa}$. ($S_2$)

Când paharul este așezat cu gura în jos, aria suprafeței de contact este:

$S_2 = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right)$, iar presiunea este:

$$p_2 = \frac{mg}{S_2} = \frac{4mg}{\pi\left(D^2 - d^2\right)} = 6904{,}5\,\text{Pa}$$

b) $p = p_0 + p_1 + p_a$, $p_a = \rho g h = 1000\,\text{Pa}$, iar presiunea totală $p = 101642\,\text{Pa}$.

4.6. Presiunea hidrostatică este variabilă. Forța care acționează asupra stăvilarului este: $F = \bar{p}S$, $\bar{p} = \frac{0 + \rho g h}{2}$, $S = \frac{(\ell_1 + \ell_2)h}{2}$, $F = \frac{\rho g h^2(\ell_1 + \ell_2)}{4} = 117\,\text{kN}$.

4.7. *a)* $p_1 = \rho g h_1 = 1000\,\text{Pa}$; b) $p_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{S}$, m_1 – masa apei, m_2 – masa de ulei, $m_1 = m_2$ $p_2 = \frac{2m_1 g}{S} = 2p_1 = 2000\,\text{Pa}$, având în vedere că masele lichidelor sunt egale, putem scrie: $\rho_1 S h_1 = \rho_2 S h_2 \Rightarrow h_2 = h_1\frac{\rho_1}{\rho_2} = 12{,}5\,\text{cm}$.

4.8. *a)* $p_1 = \rho_1 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{p_1}{\rho_1 g} = 15\,\text{cm}$; *b)* $V_1 = V_2 \Leftrightarrow Sh_1 = Sh_2 \Rightarrow h_1 = h_2 = 15\,\text{cm}$;

c) $p = p_1 + p_2 = \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2 = g h_1(\rho_1 + \rho_2) = 2700\,\text{Pa}$.

4.9. $\Delta p = (\rho_1 + \rho_2) g d = 7300\,\text{Pa}$.

4.10. Din secțiunea vasului se obține latura: $S = \ell^2 \Rightarrow \ell = \sqrt{S} = 40\,\text{cm}$; din grafic se identifică presiunea hidrostatică pe fundul vasului $p = 5000\,\text{Pa}$ și adâncimea $h = 50\,\text{cm}$.

Forța exercitată pe un perete este $F = \bar{p}S_\ell = \frac{0 + p}{2}h\ell = 500\,\text{N}$.

4.11. Presiunea pe perete este variabilă:

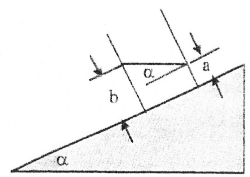


Figura 4.11.R

$F_1 = \bar{p}_1 S_1, F_2 = \bar{p}_2 S_2$

$F_1 = \frac{\rho g a}{2}a\ell\,(1), F_2 = \frac{\rho g b}{2}b\ell\,(2),$

$V_1 = V_2 \Leftrightarrow \frac{\ell^3}{2} = \frac{(a+b)\ell^2}{2}\,(3)$, din figură se observă

$tg\alpha = \frac{b - a}{\ell}\,(4).$

Din ecuațiile (3) și (4) obținem:

$b = \frac{\ell(1 + tg\alpha)}{2}$; $a = \frac{\ell(1 - tg\alpha)}{2}$.

Înlocuind expresiile pentru a și b în ecuațiile (1) și (2), obținem:

$F_1 = \frac{\rho g \ell^3}{8}(1 - tg\alpha)^2 = 1{,}786\,\text{N}$; $F_2 = \frac{\rho g \ell^3}{8}(1 + tg\alpha)^2 = 24{,}88\,\text{N}$.

4.12. Scriem principiul vaselor comunicante: $p_1 = p_2 \Leftrightarrow \rho_a(h-\Delta h)g = \rho_x gh$,

$$\rho = \rho_a \frac{h-\Delta h}{h} = 0,8\frac{g}{cm^3}.$$

4.13. *a)* Masa de ulei este: $m = \rho' S_2 h' \Rightarrow$

$$h' = \frac{m}{\rho' S_2} = 10\,cm.$$

b) La nivelul suprafeței de separare dintre apă și ulei presiunile sunt egale:

$\rho g(x+y) = \frac{mg}{S_2}$ (1). Din incompresibilitatea lichidului obținem: $S_2 x = (S_1+S_3)y$ (2). Din rezolvarea sistemului obținem:

$$x = \frac{m(S_1+S_3)}{\rho S_2(S_1+S_2+S_3)} = 4\,cm,\quad y = \frac{m}{\rho(S_1+S_2+S_3)} = 4\,cm.$$

c) $p_1 = p_2 = p_3 = \rho g(h+y) = 1600\,Pa$.

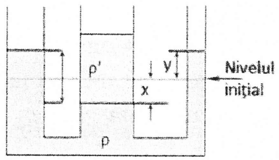


Figura 4.13.R

4.14. *a)* Considerăm că presa are randamentul 1 și atunci putem scrie:

$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{F_2}{F_1} = 20;\ \textbf{b)}\ L_1 = L_2 \Leftrightarrow F_1h_1 = F_2h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{F_1h_1}{F_2} = 1\,mm.$$

4.15. *a)* Din incompresibilitatea lichidului putem scrie: $V_1 = V_2 \Leftrightarrow S_1h_1 = S_2h_2$, de unde obținem: $h_2 = \frac{S_1h_1}{S_2} = 0,16\,cm$.

b) $\eta = \frac{L_2}{L_1} = \frac{F_2h_2}{F_1h_1} = \frac{F_2S_1}{F_1S_2} \Rightarrow F_2 = \frac{\eta F_1 S_2}{S_1} = 4000\,N.$

4.16. $\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$. Lichidul este incompresibil: $V_1 = V_2 \Leftrightarrow S_1h_1 = S_2h_2 \Leftrightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{h_1}{h_2}$.

$$n = \frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{h_1}{h_2} \Rightarrow h_2 = \frac{h_1}{n} = 1\,mm.$$

4.17. *a)* Scriem condiția de echilibru pentru cub: $G = F_A \Leftrightarrow mg = \rho V_{dez} g \Rightarrow$

$V_{dez} = \frac{m}{\rho}$. Volumul de lichid dezlocuit de cub îl regăsim în toate cele trei vase în care nivelul a crescut cu h:

$V_{dez} = h(S_1+S_2+S_3)$,

$$h = \frac{m}{\rho(S_1+S_2+S_3)} = 0,5\,cm;$$

b) $\Delta p = \rho gh = 50\,Pa$.

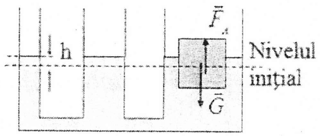


Figura 4.17.R

4.18. Condiția de echilibru pentru cub: $G = F_A \Leftrightarrow \rho(\ell^3 - V_{gol})g = \rho_0\ell^3 g$,

$$V_{gol} = \frac{\ell^3(\rho-\rho_0)}{\rho} = 108,85\,cm^3.$$

4.19. Copilul trebuie să stea la mijlocul scândurii, pentru a nu se răsturna pluta. Forțele ce acționează asupra scândurii sunt reprezentate în figura 4.19.R. Condiția de echilibru la limita scufundării este:

$G + G_s = F_A$,

$$mg + \rho Shg = \rho_0 Shg \Rightarrow S = \frac{m}{(\rho_0-\rho)h} = 1,8\,m^2.$$

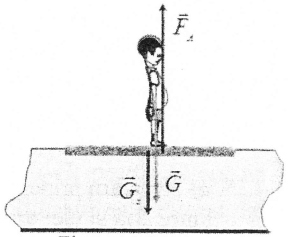


Figura 4.19.R

4.20. Condiția de mișcare uniformă este:

$$F = G_a \Leftrightarrow F = mg - \rho_a\frac{m}{\rho}g,\quad F = mg\cdot\frac{\rho-\rho_a}{\rho} = 18,96\,N.$$

4.21. *a)* Condiția de plutire a vaporului este: $G = F_{A1}$ (1),

$mg = \rho_1 V_{dez1} g \Rightarrow m = \rho_1 V_{dez1} = 450\,t$.

b) $G = F_{A1} = F_{A2}$; greutatea vaporului fiind aceeași, în cele două situații forțele arhimedice sunt egale: $F_{A1} = F_{A2} \Leftrightarrow \rho_1 V_{dez1} = \rho_2 V_{dez2} \Rightarrow V_{dez2} = \frac{\rho_1 V_{dez1}}{\rho_2}$,

$$\Delta V = V_{dez2} - V_{dez1} = V_{dez1}\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2} = 12,256\,m^3.$$

4.22. Ansamblul format din cei doi cilindri va fi în echilibru în imersie când:

$$G_1 + G_2 = F_A \Leftrightarrow (\rho_1h_1 + \rho_2h_2)Sg = \rho_0 Sg(h_1+h_2),\quad h_2 = h_1\cdot\frac{\rho_0-\rho_1}{\rho_2-\rho_0} = 2\,cm.$$

4.23. *a)* Condiția de echilibru înainte de topirea gheții este:

$$F_A = G + k\Delta\ell \Leftrightarrow \rho\frac{m}{\rho_0}g = mg - k\Delta\ell \Rightarrow$$

$\Delta\ell = \frac{mg(\rho-\rho_0)}{\rho_0 k} = 2\,cm$. *b)* Gheața are volumul mai mare decât apa cu: $\Delta V = \frac{m}{\rho_0} - \frac{m}{\rho}$ (1). $\Delta V = S\Delta h$ (2).

Din cele două relații obținem: $\Delta h = \frac{m(\rho_0-\rho)}{S\rho\rho_0} = -4\,mm$, nivelul apei scade.

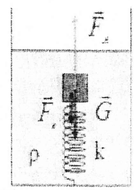


Figura 4.23.R

4.24. *a)* Condiția de echilibru pentru sferă este: $F_A = G$,

$$mg = \rho_0\left(\frac{m}{\rho}+V_{gol}\right)g \Rightarrow V_{gol} = \frac{m(\rho-\rho_0)}{\rho\rho_0} = 1580\,\text{cm}^3,$$

$$\rho_{ap} = \frac{m}{V_{tot}} = \rho_0 = 1000\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

b) $G_a = mg - F_A, \Leftrightarrow G_a = mg - \rho_0\frac{m}{\rho}g \quad G_a = mg\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right) = 15{,}8\,\text{N}.$

4.25. *a)* Aplicăm principiul vaselor comunicante – la nivelul suprafeței de separare dintre apă și ulei presiunile sunt egale:

$$p_1 = p_2 \Leftrightarrow \rho_1 g\Delta h = \rho_2 gh \Rightarrow h = \frac{\rho_1\Delta h}{\rho_2} = 5\,\text{cm}.$$

b) Apa coboară în vasul cu secțiunea S_2, pe distanța y, și urcă în celălalt vas, pe distanța x. Ținând seama de incompresibilitatea lichidului, putem scrie: $V_1 = V_2 \Leftrightarrow S_1x = S_2y \Rightarrow y = \frac{S_1x}{S_2}$. Denivelarea Δh se scrie:

$$\Delta h = x + y = x + \frac{S_1x}{S_2} = x\frac{(S_1+S_2)}{S_2} \Rightarrow x = \frac{S_2\Delta h}{S_1+S_2} = 2{,}4\,\text{cm}.$$

C. Probleme de performanță

4.1. *a)* $G = F_A \Leftrightarrow \rho\ell^3 g = \rho_0\ell^2(\ell-a)g \Rightarrow \ell = \frac{a\rho_0}{\rho_0-\rho} = 15\,\text{cm}.$

b) Când se scoate cubul din vas, nivelul apei scade cu Δh:

$$S\Delta h = \ell^3 \Rightarrow \Delta h = \frac{\ell^3}{S}.$$

Variația presiunii este: $\Delta p = \rho_0 g\Delta h = \rho_0 g\frac{\ell^3}{S} = 843{,}75\,\text{Pa}$. Presiunea scade.

4.2. *a)* Forța de apăsare pe planul înclinat este egală cu componenta normală a greutății aparente.

$$p_1 = \frac{F_n}{S},\quad p_1 = \frac{(G-F_A)\cos\alpha}{\ell^2} = (\rho-\rho_0)\ell g\cos\alpha = 850\sqrt{3}\ \text{Pa}.$$

b) $p_2 = \frac{(G-F_A)\sin\alpha\cos\beta}{\ell^2} = (\rho-\rho_0)\ell g\sin\alpha\cos\beta = 425\sqrt{2}\ \text{Pa}.$

c) $F = (G-F_A)\sin\alpha\cdot\sin\beta = (\rho-\rho_0)\ell^3 g\sin\alpha\cdot\sin\beta = 4{,}25\sqrt{2}\ \text{N}.$

4.3. *a)* Apa nu pătrunde sub cub și forța arhimedică este nulă.

$G_a = G = \rho\ell^3 g = 89\,\text{N}$

b) $p_1 = \rho_0 gh = 2000\,\text{Pa}$ – pe fața superioară.

Pe fața inferioară presiunea este: $p_2 = 0$, deoarece sub cub nu pătrunde apa.

c) Presiunea hidrostatică este variabilă: $F = \bar{p}S = \frac{\rho_0 gh + \rho_0 g(\ell+h)}{2}\ell^2$,

$$F = \frac{\rho_0 g(\ell+2h)}{2}\cdot\ell^2 = 25\,\text{N}.$$

d) La început, forța este foarte mare $F_0 = (p_0 + \rho_0 gh)\ell^2 + G$; pentru că apa nu a pătruns sub cub, acest lucru se întâmplă atunci când cubul este mișcat, iar forța va fi: $F' = G - F_A$, $F' = (\rho-\rho_0)\ell^3 g = 79\,\text{N}$.

4.4. *a)* $\Delta p = \rho_0 g\Delta h,\quad S\Delta h = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \quad \Delta p = \rho_0 g\frac{m}{\rho S} = 200\,\text{Pa}.$

b) $\Delta p' = \rho_0 g\ell = 1000\,\text{Pa},\quad \ell = \sqrt[3]{\frac{m}{\rho}} = 10\,\text{cm}.$

c) Forța ce apasă pe fundul bazinului este $F_n = G - F_A$, iar presiunea este $p = \frac{mg - \rho_0\ell^3 g}{\ell^2} = 1700\,\text{Pa}.$

4.5. *a)* Condiția de echilibru pentru pistonul P_2 este:

$$F_2 = F_e + G \Leftrightarrow p_2S_2 = k\Delta\ell_0 + m_2g \Rightarrow p_2 = \frac{k\Delta\ell_0 + m_2g}{S_2} = 2000\,\text{Pa}.$$

b) Presiunile în planul orizontal aflat la nivelul pistonului P_2 sunt egale:

$$p_2 = \rho g\Delta h + \frac{m_1g}{S_1} \Rightarrow \Delta h = \frac{p_2 - \frac{m_1g}{S_1}}{\rho g} = 0{,}1\,\text{m}.$$

c) $\frac{F_1 + m_1g}{S_1} = \frac{k\Delta\ell + m_2g}{S_2}$, $\Delta h = x + y$, $S_1x = S_2y$, $\Delta\ell = \Delta\ell_0 + y$, x este distanța pe care coboară pistonul P_1, iar y este distanța pe care urcă pistonul P_2.

$$\Delta\ell = \Delta\ell_0 + \frac{S_1\Delta h}{S_1+S_2} = 1{,}9\,\text{cm}$$

$$\frac{F_1 + m_1g}{S_1} = \frac{k\left(\Delta\ell_0 + \frac{S_1\Delta h}{S_1+S_2}\right) + m_2g}{S_2} \Rightarrow$$

$$F_1 = \frac{S_1}{S_2}\cdot\left[k\left(\Delta\ell_0 + \frac{S_1\Delta h}{S_1+S_2}\right) + m_2g\right] - m_1g = 5{,}45\,\text{N}.$$

4.6. Condiția de plutire este: $G = F_A \Leftrightarrow \rho V g = \rho_0 V_{dez} g$, $\rho V = \rho_0 (L\ell h - V_a) \Rightarrow$

$$V = \frac{\rho_0 (L\ell h - V_a)}{\rho} = 40\,\text{dm}^3.$$

4.7. ***a)*** $G_p = F_A \Leftrightarrow n\rho \frac{\pi d^2}{4}\ell g = \rho_{as} V_{as} g \Rightarrow V_{as} = \frac{n\rho\pi d^2 \ell}{4\rho_{as}} = 2{,}15\,\text{m}^3.$

b) $G_p + G = F_A' \Leftrightarrow n\rho \frac{\pi d^2}{4}\ell g + mg = \rho_{as} n \frac{\pi d^2}{4}\ell g$

$$\Rightarrow m = n\frac{\pi d^2}{4}\ell(\rho_{as} - \rho) = 3673{,}8\,\text{kg}.$$

c) $\Delta F_A = F_A' - F_A = n\frac{\pi d^2}{4}\ell g(\rho_{as} - \rho) = mg = 36738\,\text{N}.$

d) Când pluta trece în lacul cu apă dulce, condiția de plutire se scrie:

$$G_p + G = F_A'' \Leftrightarrow n\rho \frac{\pi d^2}{4}\ell g + mg = \rho_0 n \frac{\pi d^2}{4}\ell g$$

$\Rightarrow m_1 = n\frac{\pi d^2}{4}\ell(\rho_a - \rho) = 3391{,}2\,\text{kg}$ este masa maximă ce poate fi încărcată pe plută. Pentru a evita scufundarea plutei, trebuie să mai aruncăm o parte din încărcătură: $\Delta m = m - m_1 = 282{,}6\,\text{kg}.$

4.8. ***a)*** Condiția de echilibru pentru geamandură este: $F_A = T + G \Rightarrow T = F_A - G \Leftrightarrow$

$$T = \left[\rho \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{m}{\rho} + V_0\right) - m\right] g = 199{,}11\,\text{N}.$$

b) $T_{max} = \left[\rho_a \left(\frac{m}{\rho} + V_0\right) - m\right] g = 515{,}22\,\text{N}.$

c) Scriem condiția de echilibru pentru blocul de beton, când acesta este la limita ridicării:

$$T_{max} + F_A' = G', T_{max} = m' g\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho'}\right) \Rightarrow m' = \frac{\rho_a\left(\frac{m}{\rho} + V_0\right) - m}{1 - \frac{\rho_a}{\rho'}} = 96{,}71\,\text{kg}.$$

4.9. ***a)*** Balonul se desprinde de sol când:

$$F_A \geq G_{totala} \Leftrightarrow \rho_2 V g = \rho_1 V g + (m + m_0 + M) g \Rightarrow V = \frac{m + m_0 + M}{\rho_2 - \rho_1} = 332\,\text{m}^3.$$

(Balonul trebuie să aibă o rază de aproximativ 4,73 m).

b) Valoarea forței arhimedice rămâne constantă. Scade densitatea aerului, dar crește volumul balonului. Prin urmare, balonul va dezlocui un volum mai mare de aer.

c) Balonul nu trebuie umplut complet la nivelul solului, pentru că, la înălțimi mai mari, volumul său crește ca urmare a creșterii presiunii atmosferice.

4.10. ***a)*** $F_A = \rho_0 \ell^3 g = 10\,\text{N}.$

b) Scriem condiția de echilibru: $G + F_e = F_A \Leftrightarrow \rho\ell^3 g + k\Delta\ell = \rho_0 \ell^3 g$, de unde obținem: $k = \frac{(\rho_0 - \rho)\ell^3 g}{\Delta\ell} = 125\frac{\text{N}}{\text{m}}.$

c) Cubul plutește, având deasupra lichidului volumul V, pe care-l obținem din condiția de plutire a cubului:

$$\rho\ell^3 g = \rho_0(\ell^3 - V) g \Rightarrow V = \frac{(\rho_0 - \rho)\ell^3}{\rho_0} = 250\,\text{cm}^3.$$

Nivelul apei scade cu $\Delta h = \frac{V}{S} = 0{,}625\,\text{cm}.$

4.11. ***a)*** Scriem condiția de echilibru de rotație: $\Delta m_1 g \cdot 3b = mg \cdot b \Rightarrow$

$$\Delta m_1 = \frac{m}{3} = 130\,\text{g}.$$

b) Masa ce trebuie adăugată pe platan este aceeași ca la punctul ***a)***:

$$\Delta m_2 = \Delta m_1 = \frac{m}{3} = 130\,\text{g}.$$

c) Forța de apăsare pe platan este numeric egală cu forța arhimedică:
$F = F_A = \rho_0 V_{dez} g.$

Din condiția de echilibru: $\rho_0 \frac{m}{\rho} gb = \Delta m_3 g 3b \Rightarrow \Delta m_3 = \frac{m\rho_0}{3\rho} = \frac{50}{3}\,\text{g}.$

4.12. ***a)*** $V = \frac{\rho(\ell^3 - V_0)}{\rho'} = 660\,\text{cm}^3.$ ***b)*** $m = \rho V_0 - \ell^3(\rho - \rho') = 340\,\text{g}.$

c) $\rho_0 = \frac{\rho V^3 - \ell^3(\rho - \rho')}{V_0} = 0{,}85\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$

4.13. ***a)*** Scriem condiția de plutire a densimetrului: $G + G' = F_A$,

$$(m + m')g = \rho_1 \frac{\pi d^2}{4} 2x_{cp} g \Rightarrow x_{cp} = \frac{2(m + m')}{\pi d^2 \rho_1} = 7\,\text{cm}.$$

b) $(m + m')g = \rho_2 \frac{\pi d^2}{4}(\ell - \ell')g \Rightarrow \rho_2 = \frac{4(m + m')}{\pi d^2(\ell - \ell')} = 1272{,}85\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$

c) Când densimetrul se introduce în lichidul cu densitatea minimă, acesta plutește fiind complet scufundat:

$$\left(m+m'\right)g=\rho_{\min}\frac{\pi d^2}{4}\ell g\Rightarrow$$

$$\rho_{\min}=\frac{4\left(m+m'\right)}{\pi d^2\ell}=875{,}08\frac{\text{kg}}{\text{m}_3}.$$

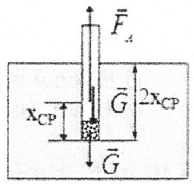
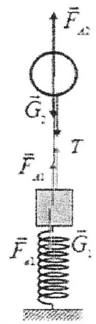


Figura 4.13.R

d) Coordonata centrului de greutate al „densimetrului" este: $x_{CG}\cong 3{,}4\,\text{cm}$; adâncimea pe care ar pătrunde în lichidul de densitate ρ_3 ar fi de:

$h=\dfrac{4(m+m')}{\pi d^2\rho_3}=4{,}37\,\text{cm}$. Coordonata centrului de presiune este $x_{CP}=2{,}18\,\text{cm}$. Dar $x_{CG}>x_{CP}$ – „densimetrul" se răstoarnă.

4.14. *a)* Din condiția de echilibru pentru sferă obținem: $G_2+T=F_{A2}\Rightarrow T=\left(\rho_0V-m_2\right)g$, iar din condiția de echilibru pentru corpul omogen: $T+F_{A1}=G_1+F_{e1}$ (figura 4.14.R).


Figura 4.14.R

$$\left(\rho_0V-m_2\right)g+\rho_0\frac{m_1}{\rho}g-m_1g=k\Delta\ell_1\Rightarrow$$

$$\Delta\ell_1=\frac{g\left[\left(\rho_0V-m_2\right)+m_1\left(\dfrac{\rho_0}{\rho}-1\right)\right]}{k}.$$

b) $\Delta E_c=L_F$, $\dfrac{m_2\text{v}^2}{2}-0=\left(\rho_0V-m_2\right)gh\Rightarrow \text{v}=\sqrt{2gh\cdot\dfrac{\rho_0V-m_2}{m_2}}$.

c) Din condiția de echilibru pentru corpul m_1 $G_1=F_{e2}+F_{A1}$ obținem: $k\Delta\ell_2=\left(m_1-\rho_0\dfrac{m_1}{\rho}\right)g\Rightarrow\Delta\ell_2=\dfrac{\left(\rho-\rho_0\right)m_1g}{\rho k}$.

d) Din condiția de plutire $G_2=F_A$ obținem $V'=\dfrac{m_2}{\rho_0}$.

4.15. *a)* Pe măsură ce apa curge în vas, punctul de aplicație al reacțiunii normale se deplasează spre punctul A. Condiția de echilibru pentru mișcarea de rotație în acest moment este: $G_1\dfrac{\ell}{2}+G_2\dfrac{3\ell}{2}=F_A\ell\Leftrightarrow$

$$\rho_1\ell^3g\frac{\ell}{2}+\rho_2\ell^3g\frac{3\ell}{2}=\rho_0 2\ell^2hg\ell\Rightarrow h=\frac{\ell\left(\rho_1+3\rho_2\right)}{4\rho_0}=8\,\text{cm}.$$

b) $S_0h-2\ell^2h=Q_vt\Rightarrow t=\dfrac{\left(S_0-2\ell^2\right)h}{Q_v}=131\,\text{s}$.

c) $N=G-F_A=\left(\rho_1+\rho_2-2\rho_0\right)\ell^3g=6{,}144\,\text{N}$; rămâne constantă.

4.16. *a)* Condiția de plutire este:

$$G=F_A\Leftrightarrow\rho_2Vg=\rho_1V_{dez}g\Rightarrow V_{dez}=\frac{\rho_2V}{\rho_1},$$

$$V_{dez}=2Sa=\frac{\rho_2V}{\rho_1}\Rightarrow a=\frac{\rho_2V}{2S\rho_1}=2{,}86\,\text{mm}.$$

b) Notăm cu b creșterea de nivel a mercurului, după ce în cealaltă ramură se toarnă apă. Scriem principiul vaselor comunicante la nivelul suprafeței de separare: $\rho_1gb=\rho_0gh\,(1)$, scriem condiția de echilibru pentru corpul metalic:

$\rho_2Vg=\rho_1V_1g+\rho_0\left(V-V_1\right)g\Rightarrow V_1=\dfrac{V\left(\rho_2-\rho_0\right)}{\rho_1-\rho_0}(2)$. Pe de altă parte,

$V_1=Sb(3)$.

Din cele trei relații obținem: $h=\dfrac{\rho_1}{\rho_0}b=\dfrac{\rho_1}{\rho_0}\cdot\dfrac{V\left(\rho_2-\rho_0\right)}{S\left(\rho_1-\rho_0\right)}=7{,}36\,\text{cm}$.

c) $\Delta p=\rho_0gh=736\,\text{Pa}$.

4.17. *a)* Înainte de a pune apă, din condiția de echilibru obținem: $k\Delta\ell=mg+m_cg$. Imediat după acoperirea bulgărelui de sare, condiția de echilibru la translație este:

$mg+m_cg=F_A$, unde $F_A=\rho_ag\left(\dfrac{m}{\rho_1}+\ell^3\right)$;

$k\Delta\ell=\rho_ag\left(\dfrac{m}{\rho_1}+\ell^3\right)$, de unde obținem: $m=\rho_1\dfrac{k\Delta\ell-\rho_a\ell^3g}{\rho_ag}$; $m=436{,}8\,\text{g}$.

b) Densitatea soluției este:

$$\rho_{sol}=\frac{m+\rho_aV}{\dfrac{m}{\rho_1}+V}=\frac{\rho_1\left(m+\rho_aV\right)}{m+\rho_1V}=1100\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

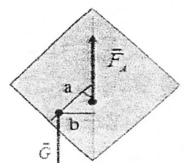


Figura 4.17.R

Din condiția de plutire a cubului avem:

$$\rho_m\ell^3g=\rho_{sol}\frac{\ell^3}{2}g\Rightarrow\rho_m=\frac{\rho_{sol}}{2}=550\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

c) Cuplul de forțe este format de greutate $\vec{G}$ și forța arhimedică $\vec{F}_A$.

$M=G\cdot b$, unde b este brațul cuplului $b=\left(\dfrac{\ell}{2}-z\right)\sin 45°$.

$$M = \rho_m \ell^3 g\left(\frac{\ell}{2} - z\right)\sin 45^\circ;\quad M \simeq 0,060\,\text{Nm}.$$

4.18. *a)* Din condiția de echilibru a forțelor avem:

$$T_1 = G - F_A \Rightarrow T_1 = \begin{cases} (\rho - \rho_a)\ell S g & \text{pentru } 0 < x \le h - \ell; \\ \left[\rho\ell - \rho_a(h - x)\right] S g & \text{pentru } h - \ell < x \le h. \end{cases}$$

b) $\Delta E_p = mgh = \rho S \ell g h = 63360\,\text{J}$.

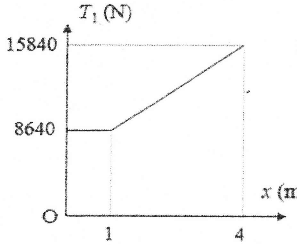


Figura 4.18.a.R

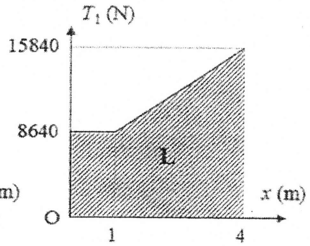


Figura 4.18.b.R

Lucrul mecanic este numeric egal cu aria suprafeței hașurate: $L = 45360\,\text{J}$.

4.19. *a)* $\rho = \rho_0 + 0,02h = 1 + 0,02h\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)$.

b) Scriem condițiile de echilibru pentru fiecare sferă:

B₁: $F_{A1} = G_1 + T,\ T = 0;$

$$\rho V_1 g = m_1 g \Rightarrow \rho = \frac{m_1}{V_1} = \rho_1;$$

$\rho_1 = 1,30\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Din legea de variație a densității obținem $h' = 15\,\text{cm}$.

B₂: $F_{A2} = G_2 + T,\ T = 0;$

$\rho V_2 g = m_2 g \Rightarrow \rho = \frac{m_2}{V_2} = \rho_2;\quad \rho_2 = 1,70\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Din legea de variație a densității

obținem $h'' = 35\,\text{cm}$.

$\Delta h = h'' - h' = 20\,\text{cm}$

c) La adâncimea $h_1 = 20\,\text{cm}$, densitatea lichidului este $\rho_1' = 1,40\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$;

$F_{A1} = G_1 + T,\quad \rho_1' V_1 g = m_1 g + T,\quad T = \rho_1' V_1 g - m_1 g = 0,1\,\text{mN}.$

$$F_{A2} = G_2 + T,\quad \rho_2' V_2 g = m_2 g + T,\quad \rho_2' = \frac{(m_2 - m_1) + \rho_1' V_1}{V_2},\quad \rho_2' = 1,75\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}.$$

Din legea de variație a densității obținem:

$h_2' = 37,5\,\text{cm}$, $\Delta h' = h_2' - h_1 = 17,5\,\text{cm}$.

4.20. **A.** *a)* Condiția de echilibru a pistonului în aer este: $kx_0 = p_0 S$.

Pentru a pluti scufundat pe jumătate în apă: $Mg = \rho S\frac{h}{2}g$.

Când este cu gura în jos, volumul de apă dezlocuit trebuie să fie același ca în cazul anterior.

Condiția de echilibru a pistonului este: $k(x + x_0) = \left(\rho\frac{h}{2}g + p_0\right)S$.

Din cele trei ecuații rezultă: $x = \frac{\rho g h S}{2k} = 2,5\,\text{cm}$.

b) Din figura *d)* se observă că: $F + Mg = F_A$, deci: $F = \rho g S(h - x') - \rho S g\frac{h}{2}$, unde x' este deplasarea pistonului în acest caz și se determină din condiția de echilibru a acestuia:

$$[p_0 + \rho g(h - x')]S = k(x_0 + x');\quad x' = \frac{\rho g h S}{k + \rho g S},$$

deci: $F = \frac{\rho g S h(k - \rho g S)}{2(k + \rho g S)} = \frac{1}{6}N$.

c) Corpul începe să coboare singur când $F_A \le G$. Echilibrul se realizează când pistonul se găsește la mijlocul cilindrului:

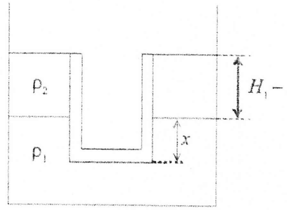
$$\rho g S\frac{h}{2} = Mg \text{ și } k\left(x_0 + \frac{h}{2}\right) = \left[p_0 + \rho g\left(H + \frac{h}{2}\right)\right]S.$$

Rezultă: $H = \frac{h}{2}\left(\frac{k}{\rho g S} - 1\right) = 5\,\text{cm}$.

B. *a)* $Mg = \rho_1 S_1 \frac{H_1}{4} g\ (1),$

$Mg = \rho_1 S_1 x g + \rho_2 S_1 (H_1 - x) g\ (2).$

Din (1) și (2): $x = \frac{H_1(\rho_1 - 4\rho_2)}{4(\rho_1 - \rho_2)}$.

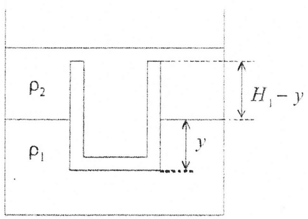


Dacă $\rho_1 > 4\rho_2$, grosimea maximă este: $h = H_1 - x = \frac{3}{4}\frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_2}H_1$.

Dacă $\rho_1 \le 4\rho_2$, indiferent de grosimea stratului de lichid de densitate ρ_2, acesta nu va pătrunde în pahar, $a \in (1;4]$.

b) $\rho_1 > 4\rho_2$.

În acest caz, vasul este plin cu lichidul de densitate ρ_2.

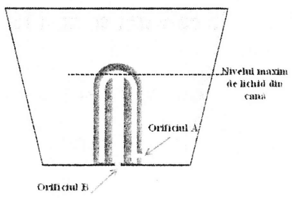


$Mg + \rho_2 S_2 H_2 g = \rho_1 S_1 y g + \rho_2 S_1 (H_1 - y) g$, (3)

Din (1) şi (3): $y = \frac{H_1 S_1 (\rho_1 - 4\rho_2) + 4\rho_2 H_2 S_2}{4S_1(\rho_1 - \rho_2)}$.

4.21. *A.* ***a)*** $F = \bar{p} \cdot S$

$$F = \frac{\rho g\left(3h - \frac{5h}{4}\right) + \rho g 2h}{2} \cdot \frac{h^2}{16} \quad \text{sau}$$

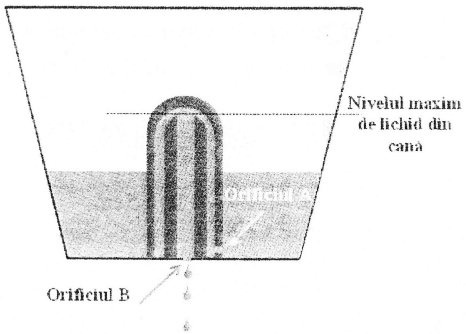


$$F = \rho g\left(2h - \frac{h}{8}\right) \cdot \frac{h^2}{16} = \frac{15}{128}\rho g h^3$$

$$F = \frac{15}{128}\rho g h^3 = 0{,}12\rho g h^3$$

b) $\rho_c V g = \rho \frac{V}{2} g + 2\rho \frac{V}{2} g$, $\rho_c = \frac{3\rho}{2}$.

Energia potenţială gravitaţională scade, sistemul evoluează spre starea de echilibru maxim cu energia potenţială minimă.



B. Structura dispozitivului din cană este reprezentată în figura alăturată.

Când ajunge la nivelul maxim, lichidul începe să curgă datorită diferenţei de presiune. În situaţia din figură, presiunea este aceeaşi la suprafaţa liberă a lichidului din cană şi în interiorul cilindrului la acelaşi nivel (vase comunicante) şi mai mare decât presiunea de sub orificiul B. Lichidul curge prin sifonare.

C. Baloanele pe care sunt scrise literele I, O, N sunt umplute cu heliu (forţa arhimedică mai mare decât greutatea lor), iar baloanele pe care este scrisă litera A sunt umplute cu oxigen (forţa arhimedică mai mică decât greutatea lor).

Când autobuzul porneşte brusc, aerul devine mai dens în spatele autobuzului; baloanele care conţin oxigen deviază în sens opus sensului de deplasare al autobuzului (din cauza inerţiei), iar baloanele umplute cu heliu deviază spre sensul de deplasare al autobuzului, spre zona cu presiune mai mică. Când autobuzul frânează, fenomenele se petrec invers.

CAPITOLUL 2

Fenomene termice

1. Căldura. Calorimetrie. Combustibili
2. Schimbarea stării de agregare

CAPITOLUL 2

Fenomene termice

I. ENUNȚURI

1. Căldura. Calorimetrie. Combustibili

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Stabilește relația între capacitatea calorică și căldura specifică.

1.2. Exprimă unitatea de măsură pentru căldură cu ajutorul unităților de măsură fundamentale din S.I.

1.3. Căldura specifică este definită prin relația: $c=\dfrac{Q}{m(t_2-t_1)}$, unde Q este căldura schimbată de sistem cu exteriorul, m – masa sistemului, t_2 – temperatura finală, t_1 – temperatura inițială. Calculează căldura primită de un corp cu masa $m=200\,\text{g}$ și căldura specifică $c=920\dfrac{\text{J}}{\text{kgK}}$, ce se încălzește de la temperatura $t_1=15\,°\text{C}$ la temperatura $t_2=85\,°\text{C}$.

1.4. Calculează căldura eliberată prin răcire de la temperatura $t_1=80\,°\text{C}$ la temperatura $t_2=35\,°\text{C}$ de un volum $V=1\,\ell$ de ceai. Se cunosc: densitatea $\rho=1\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ și căldura specifică a ceaiului $c=4180\dfrac{\text{J}}{\text{kgK}}$.

1.5. Un bloc de beton absoarbe căldura $Q=200\,\text{kJ}$ pentru a se încălzi de la temperatura $t_1=12\,°\text{C}$ la $T_2=301\,\text{K}$. Calculează capacitatea calorică a blocului de beton.

1.6. Două corpuri primesc aceeași căldură, dar se încălzesc diferit: unul se încălzește cu $\Delta t_1=24\,°\text{C}$, iar celălalt cu $\Delta t_2=6\,°\text{C}$. Determină în ce raport sunt capacitățile lor calorice.

1.7. Un corp cu masa $m=1{,}2\,\text{kg}$ absoarbe căldura $Q=76{,}8\,\text{kJ}$, pentru a se încălzi de la temperatura $t_1=15\,°\text{C}$ la $t_2=95\,°\text{C}$. Calculează căldura specifică a substanței din care este confecționat corpul.

1.8. Într-un calorimetru de capacitate calorică $C=200\dfrac{\text{J}}{\text{K}}$ și temperatura $t_1=20\,°\text{C}$ se toarnă o masă de apă $m=200\,\text{g}$, cu temperatura $t_2=100\,°\text{C}$. Calculează temperatura de echilibru.

1.9. Într-un vas de capacitate calorică neglijabilă se amestecă apă rece, cu temperatura $t_1=10\,°\text{C}$, cu apă caldă, cu temperatura $t_2=70\,°\text{C}$. Știind că temperatura amestecului este $t=40\,°\text{C}$, determină în ce raport sunt masele de apă ce se amestecă.

1.10. Într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă se amestecă o masă $m_1=150\,\text{g}$ de apă cu alcool etilic. Temperaturile și căldurile specifice ale celor două substanțe sunt: $t_1=40\,°\text{C}$, $t_2=10\,°\text{C}$, respectiv $c_1=4180\dfrac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $c_2=2290\dfrac{\text{J}}{\text{kgK}}$. Știind temperatura de echilibru $t=35\,°\text{C}$, calculează masa alcoolului etilic.

1.11. Prin arderea unei mase $m=15\,\text{kg}$ de lemn uscat se eliberează căldura $Q=150\,\text{MJ}$, necesară pentru încălzirea unei locuințe. Calculează puterea calorică a lemnului folosit.

1.12. Pentru încălzirea unei locuințe se arde un volum $V=4\,\text{m}^3$ de gaz metan. Calculează căldura eliberată prin arderea combustibilului. Se cunosc: densitatea și puterea calorică ale gazului metan: $\rho=0{,}7167\dfrac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, respectiv $q=39\dfrac{\text{MJ}}{\text{kg}}$.

1.13. Căldura absorbită de un vas ce conține apă este $Q_1=2016\,\text{kJ}$, iar căldura $Q_2=2880\,\text{kJ}$ necesară acestui proces se obține prin arderea unui combustibil. Calculează randamentul termic la încălzirea vasului cu apă.

1.14. Un motor termic transformă energia termică $Q_1 = 460\,\text{MJ}$ obținută prin arderea unui combustibil în lucru mecanic cu un randament $\eta = 26\%$. Calculează lucrul mecanic dezvoltat de motorul termic.

1.15. Căldura obținută prin arderea unui combustibil într-un motor termic este $Q_1 = 520\,\text{MJ}$, iar din aceasta este disipată în exterior căldura $|Q_2| = 364\,\text{MJ}$. Calculează randamentul de transformare a energiei termice în lucru mecanic în acest motor termic.

B. Probleme de nivel mediu

1.1. Prin echivalent în apă al unui corp se înțelege masa de apă care, la aceeași variație de temperatură ΔT, absoarbe aceeași căldură ca și corpul. Calculează echivalentul în apă pentru un corp de capacitate calorică C. Se cunoaște căldura specifică a apei c_a.

1.2. Se amestecă trei mase egale de apă cu temperaturile $t_1 = 25\,°\text{C}$, $t_2 = 35\,°\text{C}$, $t_3 = 60\,°\text{C}$. Determină temperatura de echilibru a amestecului. Consideră că schimbul de căldură are loc numai între cele trei mase de apă.

1.3. Un calorifer electric din oțel cu masa $m = 26\,\text{kg}$ conține $V = 7\,\ell$ de ulei. Calculează căldura eliberată de calorifer prin răcire de la temperatura $t_1 = 85°\text{C}$ la $t_2 = 25°\text{C}$. Se cunosc: $\rho_{ulei} = 900\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $c_{ulei} = 1800\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $c_{oțel} = 470\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$.

1.4. Se amestecă mase egale de apă (c_1) și alcool etilic (c_2). Determină căldura specifică a amestecului obținut.

1.5. Se amestecă volume egale de apă (ρ_1, c_1) și alcool etilic (ρ_2, c_2). Determină căldura specifică a amestecului obținut.

1.6. O cană de ceramică $\left(c_1 = 750\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$ de masă $m_1 = 300\,\text{g}$, aflată la temperatura $t_1 = 20°\text{C}$, este umplută cu o masă $m_2 = 0{,}25\,\text{kg}$ de ceai $\left(c_2 = 4185\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$, cu temperatura $t_2 = 80\,°\text{C}$. Determină temperatura de echilibru termic. Consideră schimbul de căldură numai între cană și ceai.

1.7. Într-un vas de aluminiu $\left(c = 920\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$ cu masa $m = 200\,\text{g}$ se află o masă $m_1 = 500\,\text{g}$ de apă $\left(c_1 = 4185\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$ cu temperatura $t_1 = 80\,°\text{C}$.

Calculează masa de alcool $\left(c_2 = 2430\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$ cu temperatura $t_2 = 15°\text{C}$ ce trebuie turnată în vas pentru ca temperatura de echilibru să fie $t = 65\,°\text{C}$.

1.8. Un calorimetru de capacitate calorică $C = 230\,\frac{\text{J}}{\text{K}}$ conține o masă $m_1 = 100\,\text{g}$ de apă $\left(c_1 = 4185\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$ cu temperatura $t_1 = 20\,°\text{C}$. În calorimetru se introduce o bucată de argint cu masa $m_2 = 0{,}1\,\text{kg}$ și temperatura $T_2 = 363\,\text{K}$. Știind că, la echilibrul termic, temperatura este $t = 22{,}6\,°\text{C}$, determină căldura specifică a argintului.

1.9. O cană de ceramică $\left(c = 750\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$ de masă $m = 300\,\text{g}$, ce conține o masă $m_1 = 250\,\text{g}$ de ceai $\left(c_1 = 4185\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$, se răcește de la temperatura $t_1 = 80°\text{C}$ la $t_2 = 30\,°\text{C}$. Determină volumul de aer ce se poate încălzi cu $\Delta t = 5°\text{C}$ prin preluarea integrală a căldurii eliberate de cana cu ceai. Se cunosc: $c_{aer} = 1006\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$, $\rho_{aer} = 1{,}29\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

1.10. Într-un vas de masă $m = 200\,\text{g}$ și căldură specifică $c = 460\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$ se încălzește de la temperatura $t_1 = 20\,°\text{C}$ la $t_2 = 90\,°\text{C}$ o masă $m_1 = 300\,\text{g}$ de apă $\left(c_1 = 4185\,\frac{\text{J}}{\text{kgK}}\right)$, utilizând pentru aceasta o spirtieră din care se consumă o masă $m_2 = 5{,}822\,\text{g}$ de alcool etilic cu puterea calorică $q = 27\,\frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$. Determină randamentul termic la încălzirea apei.

1.11. Pentru încălzirea unei locuințe, se achiziționează de la un depozit 2 m^3 de lemn de fag $\left(\rho_1 = 750\frac{kg}{m^3}, q_1 = 8,5\frac{MJ}{kg}\right)$, iar pentru încălzirea altei locuințe 2 m^3 de lemn de salcâm $\left(\rho_2 = 800\frac{kg}{m^3}, q_2 = 10\frac{MJ}{kg}\right)$. Căldura necesară pentru a încălzi fiecare locuință într-o zi este $Q_0 = 200\,MJ$. Determină pentru câte zile ajung lemnele cumpărate pentru fiecare locuință.

1.12. Determină ce masă de lemn cu puterea calorică $q = 10\frac{MJ}{kg}$ este necesară pentru a încălzi aerul $\left(\rho = 1,29\frac{kg}{m^3}, c = 1000\frac{J}{kgK}\right)$ dintr-o cameră cu dimensiunile $L = 6\,m$, $\ell = 3,5\,m$, $h = 3\,m$ de la temperatura $t_1 = 15\,°C$ la $t_2 = 22\,°C$. Consideră pierderile energetice prin pereți de 20%.

1.13. Un corp cu masa $m = 15\,kg$ și căldura specifică $c = 750\frac{J}{kgK}$ este încălzit cu randamentul $\eta = 60\%$ într-un cuptor în care se arde o masă de combustibil $m_c = 111,6\,g$. Puterea calorică a combustibilului este $q = 42\frac{MJ}{kg}$. Determină variația temperaturii corpului în procesul de încălzire.

1.14. O piatră cade într-un defileu de la înălțimea $h = 250\,m$. Temperatura pietrei crește cu $\Delta t = 2°C$ datorită frecării cu aerul și ciocnirii cu solul. Considerând că 50% din energia potențială gravitațională a sistemului piatră – pământ determină încălzirea ei, calculează căldura specifică a pietrei.

1.15. Un glonț de oțel are la intrarea într-un obstacol viteza $v_1 = 240\frac{m}{s}$, iar la ieșirea din acesta viteza $v_2 = 200\frac{m}{s}$. Consideră că 40% din variația energiei cinetice determină încălzirea glonțului. Calculează variația temperaturii glonțului. Căldura specifică a oțelului este $c = 460\frac{J}{kgK}$.

1.16. Într-un vas de capacitate calorică $C = 4600\frac{J}{K}$ se amestecă apă rece, cu temperatura $t_1 = 16°C$, cu apă caldă, cu temperatura $t_2 = 50°C$. Amestecul obținut are masa $m = 20\,kg$ și temperatura de echilibru $t = 35°C$. Apa are căldura specifică $c = 4185\frac{J}{kgK}$, iar vasul are temperatura inițială $t_0 = 20°C$. Determină masele de apă rece și caldă ce se amestecă.

1.17. Motorul unui automobil dezvoltă o forță medie $F = 900\,N$ pe distanța $d = 260\,km$ și consumă $V = 20\,\ell$ de benzină. Determină randamentul cu care motorul automobilului transformă energia calorică obținută prin arderea benzinei în lucru mecanic. Se cunosc densitatea și puterea calorică pentru benzină $\rho = 850\frac{kg}{m^3}$, respectiv $q = 46\frac{MJ}{kg}$.

1.18. Un automobil s-a deplasat pe distanța $d = 130\,km$ cu o viteză medie $v = 54\frac{km}{h}$, dezvoltând o putere medie $P = 18000\,W$. Pe această distanță motorul consumă $V = 12\,\ell$ de benzină cu puterea calorică $q = 46\frac{J}{kg}$ și densitatea $\rho = 850\frac{kg}{m^3}$. Calculează:

a) forța medie de tracțiune a motorului;
b) randamentul motorului.

1.19. Un motor termic cu ardere internă consumă $V = 18\,\ell$ de benzină cu puterea calorică $q = 46\frac{J}{kg}$ și densitatea $\rho = 850\frac{kg}{m^3}$, când automobilul pe care acesta este montat parcurge distanța $d = 270\,km$ cu o viteză medie $v = 54\frac{km}{h}$. Știind randamentul motorului $\eta = 28\%$, calculează puterea medie dezvoltată de motorul automobilului.

1.20. Motorul termic cu ardere internă al unui automobil dezvoltă la viteză constantă pe distanța $d = 276\,km$ o forță de tracțiune $F = 800\,N$, cu un randament $\eta = 26\%$. Calculează masa de benzină consumată de motor. Puterea calorică a benzinei este: $q = 46\frac{J}{kg}$.

C. Probleme de performanță

1.1. O sferă de cupru cu volumul $V = 50\,cm^3$ și temperatura $t_1 = 20\,°C$ se introduce într-un vas în care fierbe apă la presiune normală. Când sfera ajunge la echilibru termic, se scoate și se introduce foarte repede într-un calorimetru de

capacitate calorică $C = 180\frac{J}{K}$, în care se află o masă $m_2 = 570\,g$ dintr-un lichid la temperatura $t_2 = 20\,°C$. Cunoscând temperatura de echilibru a calorimetrului $t = 30\,°C$ și neglijând pierderile de căldură, determină:

a) căldura absorbită de sferă în procesul de încălzire;

b) căldura specifică (c_2) a lichidului.

Se cunosc densitatea și căldura specifică a cuprului:

$\rho = 8{,}9\frac{g}{cm^3}$, $c_1 = 395\frac{J}{kgK}$.

1.2. Într-un calorimetru în care se află o masă $m_1 = 200\,g$ $\left(c_1 = 4185\frac{J}{kgK}\right)$ cu temperatura $t_1 = 25\,°C$ se introduce un corp de masă $m_2 = 143\,g$, căldura specifică $c_2 = 460\frac{J}{kgK}$ și temperatura $T_2 = 330\,K$. La stabilirea echilibrului termic, se constată că temperatura apei este $t = 27\,°C$. Calculează:

a) căldura cedată de corp până la stabilirea echilibrului termic;

b) capacitatea calorică a calorimetrului.

1.3. Să se calculeze masa de gaz metan $\left(q = 39\frac{MJ}{kg}\right)$ necesară încălzirii unei mase $m_1 = 10\,kg$ de apă $\left(c_1 = 4185\frac{J}{kgK}\right)$ cu $\Delta t = 60\,°C$, aflată într-un vas de masă $m_2 = 2{,}5\,kg$ și căldura specifică $c_2 = 460\frac{J}{kgK}$ dacă:

a) presupunem că pierderile de căldură sunt neglijabile;

b) pierderile reprezintă 40% din căldura eliberată de combustibil.

Să se calculeze căldura absorbită de vas și capacitatea calorică a acestuia.

1.4. O bară de mici dimensiuni de plumb $\left(c_1 = 425\frac{J}{kgK}\right)$, cu masa $m = 200\,g$ și temperatura $t_1 = 14{,}36\,°C$, alunecă liber din vârful unui plan înclinat de înălțime $h = 20\,m$, după care, fără a pierde energie, trece pe un plan orizontal pe care alunecă până când se oprește.

a) Considerând că 40% din lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare determină încălzirea barei, să se calculeze cu cât crește temperatura barei.

b) Bara este apoi introdusă într-un calorimetru ce conține o masă $m_a = 250\,g$ de apă cu temperatura $t_2 = 50\,°C$. Să se determine temperatura de echilibru.

Se cunosc: $c_a = 4185\frac{J}{kgK}$, $C = 150\frac{J}{K}$ – capacitatea calorică a calorimetrului.

1.5. Într-un calorimetru de capacitate calorică $C = 40\frac{J}{K}$, care conține $m = 400\,g$ de apă $\left(c_a = 4185\frac{J}{kgK}\right)$ la temperatura mediului ambiant $t_0 = 20\,°C$, se introduc două corpuri: unul de cupru $\left(c_1 = 390\frac{J}{kgK}\right)$, având masa $m_1 = 50\,g$ și temperatura $t_1 = 40\,°C$, iar altul de fier $\left(c_2 = 460\frac{J}{kgK}\right)$, cu masa $m_2 = 80\,g$ și temperatura $t_2 = 100\,°C$. Să se calculeze temperatura de echilibru termic în următoarele cazuri:

a) calorimetrul este izolat termic față de exterior;

b) calorimetrul cedează mediului exterior, până la realizarea echilibrului termic, căldura $Q = 150\,J$;

c) căldura cedată de calorimetru depinde de temperatura finală a amestecului din calorimetru și de temperatura mediului ambiant t_0 conform relației $Q = 418(t - t_0)(J)$.

1.6. Pentru frânarea unei roți cu raza $r = 0{,}5\,m$, se aplică pe roată, la periferia ei, un sabot cu o forță $F = 8\,kN$. Masa sabotului este $m = 15\,kg$, temperatura inițială a lui $t_1 = 10\,°C$, coeficientul de frecare între sabot și roată este $\mu = 0{,}4$, iar roata face $n = 200$ de rotații până la oprire. Știind că 20% din căldura dezvoltată prin frânare este absorbită de sabot, să se determine:

a) căldura dezvoltată prin frânare;

b) temperatura sabotului la sfârșitul frânării.

Se cunoaște căldura specifică a materialului din care este confecționat sabotul: $c = 460\frac{J}{kgK}$.

1.7. Un vas de capacitate calorică neglijabilă conține o masă $m = 1{,}95\,kg$ de apă la temperatura $t_1 = 30\,°C$. În contact cu mediul înconjurător, se constată că apa se poate răci cu $\Delta T = 1\,K$ într-un timp $\tau = 5\,min$. Pentru a împiedica această răcire, în vas cad periodic picături de apă cu masa $m' = 1\,g$ și temperatura $t_2 = 50\,°C$. Considerăm că uniformizarea temperaturii se face instantaneu. Să se calculeze:

a) căldura pe care o poate elibera apa prin răcire cu ΔT;

b) numărul de picături ce trebuie picurate în vas în timp de un minut pentru a asigura menținerea temperaturii apei din vas la $t_1 = 30\,°C$;

c) masa de apă din vas după timpul τ.

Se cunoaște căldura specifică a apei: $c = 4185\dfrac{J}{kgK}$.

1.8. Un grup de elevi a realizat o instalație pentru încălzirea apei folosind energia solară. Instalația (*figura* 1) este formată dintr-un panou solar alcătuit dintr-o suprafață reflectantă cu aria $S = 2\,m^2$, în fața căreia este plasat un ansamblu de țevi vopsite în negru, prin care circulă apă.

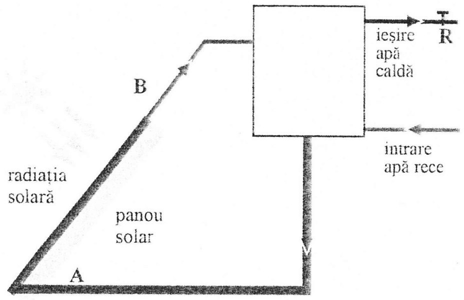


Figura 1

Panoul este conectat la un rezervor, astfel încât volumul total de apă din instalație este $V = 90\,\ell$. Doi senzori de temperatură, montați în punctele A și B, permit măsurarea temperaturii apei la intrarea în panoul solar (t_A), respectiv la ieșirea din panoul solar (t_B). În urma măsurătorilor efectuate într-o zi din luna iunie 2009, au fost obținute datele din tabelul de mai jos, unde t este temperatura mediului ambiant, iar E este numeric egal cu energia care ajunge de la Soare în unitatea de timp pe unitatea de suprafață a panoului. Pe toată durata experimentului, nu se consumă apă din instalație (robinetul R este închis). Apa care circulă prin țevile panoului primește de la Soare în unitatea de timp o căldură proporțională cu energia care ajunge pe panou în unitatea de timp, dar cedează mediului exterior o căldură proporțională cu diferența dintre temperatura medie a apei din panou $\left(\dfrac{t_A + t_B}{2}\right)$ și temperatura mediului exterior t.

Căldura specifică a apei este $c_a = 4{,}2\dfrac{kJ}{kg \cdot K}$, iar densitatea $\rho_a = 10^3\dfrac{kg}{m^3}$.

a) Completează ultimul rând al tabelului cu valorile pe care

ora	9:00	11:00	13:00	15:00	17:00
$E\,(W/m^2)$	400	750	1000	750	400
$t_A\,(°C)$	17	29	48	68	82
$t_B\,(°C)$	23	38	58	76	82
$t\,(°C)$	20	26	27	30	26

le vei calcula pentru randamentul panoului solar (definit ca raport între energia solară preluată de apă și energia solară incidentă pe panou, în același interval de timp).

b) Estimează masa de apă care trece într-o secundă prin secțiunea transversală a conductei de ieșire din panou, la ora 9.00. Explică de ce circulă apa prin instalație.

c) Calculează masa de combustibil economisit zilnic prin folosirea instalației de încălzire solară, față de situația în care încălzirea celor $90\,\ell$ de apă de la temperatura $t_0 = 17\,°C$ la $t_1 = 82\,°C$ s-ar fi realizat prin arderea cu un randament de 65% a unui combustibil cu puterea calorică $q = 14\dfrac{MJ}{kg}$.

Subiect propus la OJF 2010 de:
prof. Florin Măceșanu – Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria;
prof. Dorel Haralamb – Colegiul Național „Petru Rareș", Piatra Neamț;
prof. Liviu Blanariu – Centrul Național de Evaluare și Examinare, București.

1.9. Consumul de energie termică al unei familii a fost $W_1 = 1415\,kWh$ $\left(1\,kWh = 3{,}6 \cdot 10^6\,J\right)$ în perioada 01-30 noiembrie. În acest fel, s-a asigurat în locuință o temperatură medie $t_1 = 22\,°C$. Afară, temperatura medie în luna noiembrie a fost $t_2 = 10\,°C$. Menținând aceeași temperatură în locuință și în perioada 01-31 decembrie, când temperatura medie exterioară a fost $t_3 = 1\,°C$, suma de plată înscrisă pe factură a fost mai mare. Consideră că energia pierdută în unitatea de timp este proporțională cu diferența de temperatură dintre interior și exterior. Calculează suma de plată înscrisă pe factura la energia termică pe lunile noiembrie și decembrie, știind că prețul energiei termice este $P = 0{,}124$ lei/kWh.

Subiect propus la OJF 2010 de:
prof. Florin Măceșanu – Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria;
prof. Liviu Blanariu – Centrul Național de Evaluare și Examinare, București.

1.10. Un ceainic cu volumul $V = 0{,}3\,\ell$ este plin cu apă căldută de temperatură $\theta_1 = 30\,°C$. Din cauza pierderilor de căldură, apa din ceainic se răcește cu $1\,°C$ la fiecare 5 minute. Pentru a păstra temperatura apei din ceainic constantă, se procedează astfel:

a) se folosește un încălzitor cu randamentul $\eta = 0{,}6$, în care se arde un combustibil gazos cu puterea calorică $q = 20\dfrac{MJ}{kg}$; calculează debitul masic D_m al combustibilului utilizat;

b) în apa din ceainic se picură apă caldă cu temperatura $\theta_2 = 45°C$, masa fiecărei picături fiind $m_p = 0,2g$; calculează numărul de picături pe minut (frecvența picăturilor) ce trebuie să cadă în apa din ceainic.
Consideră că temperatura apei în ceainic se uniformizează instantaneu. Surplusul de apă se scurge din ceainic. Temperatura mediului înconjurător este constantă și mai mică decât θ_1 $\left(\rho = 1\frac{g}{cm^3},\ c = 4200\frac{J}{kgK}\right)$.

Subiect propus la OJF 2011 de:
prof. Constantin Rus – Colegiul Național „Liviu Rebreanu", Bistrița;
prof. Florin Măceșanu – Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare", Alexandria.

2. Schimbarea stării de agregare

A. Probleme de nivel elementar[1]

2.1. Precizează care sunt fenomenele termice ce se fac cu absorbție de căldură latentă, respectiv cu eliberare de căldură latentă.

2.2. Calculează căldura latentă de topire pentru o bucată de gheață cu masa $m = 0,4kg$ aflată la $0°C$.

2.3. Căldura latentă de topire pentru o bucată de ceară de albine cu masa $m = 0,4kg$ este $Q = 70400J$. Calculează căldura latentă specifică de topire.

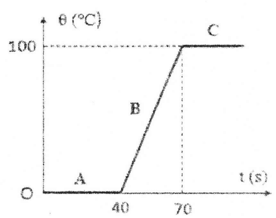
2.4. Pentru topirea unei bucăți de plumb a fost necesară căldura latentă $Q = 5755J$. Calculează masa bucății de plumb.

2.5. O masă de apă de 1 kg aflată la temperatura 60°C primește căldura $Q = 2260kJ$. Precizează dacă apa se vaporizează integral.

2.6. Un vas de capacitate calorică neglijabilă conține $m = 600g$ de apă la temperatura de fierbere. Calculează căldura latentă de vaporizare.

2.7. Calculează căldura latentă de topire absorbită de 1 kg de zăpadă umedă ce conține 20% apă.

2.8. În graficul din figura alăturată este reprezentată evoluția în timp a temperaturii unui sistem termodinamic. Precizează fenomenele termice care se produc.



[1] *Se consideră cunoscute căldurile specifice și căldurile latente specifice.*

2.9. Calculează căldura absorbită de o bucată de gheață cu masa $m = 100g$, aflată la temperatura $t_1 = -20°C$ pentru a se topi.

2.10. Un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă conține $m = 200g$ de apă la temperatura $t_1 = 20°C$. Determină care este căldura eliberată de apă, dacă 50% din ea s-a solidificat.

B. Probleme de nivel mediu

2.1. Într-un vas ce conține apă la 0°C punem o bucată de gheață cu temperatura $-25°C$. Explică ce fenomene fizice au loc în acest caz.

2.2. În timpul verii, în zilele foarte călduroase, temperatura apei mării este mai mică decât temperatura aerului. Cum explici această constatare?

2.3. Determină starea finală (temperatura și starea de agregare) a unei mase $m = 200g$ de apă cu temperatura inițială $t_1 = 20°C$, aflată într-un calorimetru de capacitate calorică $C = 120\frac{J}{K}$, după ce eliberează căldura $Q = 67kJ$.

2.4. Stabilește starea finală (temperatura și starea de agregare) a unei mase $m = 200g$ de apă cu temperatura inițială $t_1 = 20°C$, ce absoarbe căldura $Q = 405,96kJ$.

2.5. O piesă de oțel cu capacitate calorică $C_1 = 376\frac{J}{K}$ și temperatură $t_1 = 1200°C$ este introdusă într-un vas de capacitate calorică $C_2 = 460\frac{J}{kgK}$, ce conține o masă $m = 1kg$ de apă cu temperatura $t_2 = 50°C$. Determină temperatura de echilibru.

2.6. Într-un vas de capacitate calorică $C = 920\frac{J}{K}$, ce conține o masă $m_1 = 12kg$ de apă cu temperatura $t_1 = 45°C$, se introduce o masă $m_2 = 2kg$ de zăpadă umedă. Știind că la stabilirea echilibrului termic temperatura amestecului este $t = 35°C$, determină procentul de gheață pe care-l conține zăpada. Consideră că nu există pierderi de căldură în exterior.

2.7. Un automobil patinează pe zăpadă (alunecă pe loc) timp de 2 minute. Motorul acestuia dezvoltă în acest timp puterea $P = 15kW$. Considerând că 10% din

energia degajată de motor determină încălzirea și topirea zăpezii, a cărei temperatură inițială este $t = -5°C$, calculează masa de zăpadă ce se topește sub roțile automobilului.

2.8. Într-un vas de capacitate calorică neglijabilă se amestecă apă și gheață, cu temperaturile $t_1 = 40°C$, respectiv $t_2 = -20°C$. Calculează raportul dintre masa de gheață (m_2) și masa de apă (m_1), astfel încât la echilibru termic fiecare substanță să-și păstreze starea de agregare.

2.9. Un calorimetru de capacitate calorică $C = 180\frac{J}{K}$ conține gheață mărunțită cu temperatura $t_1 = -15°C$ și masa $m = 200g$. Ce masă de apă cu temperatura $t_2 = 50°C$ trebuie introdusă în calorimetru pentru ca în final să avem în acesta numai apă cu temperatura de $0°C$?

2.10. La obținerea alcoolului, vaporii cu temperatura $t = 89°C$ se condensează într-o serpentină înconjurată de apă; aceasta intră în vasul ce conține serpentina cu temperatura $t_1 = 10°C$ și iese la temperatura $t_2 = 40°C$. Ce masă de apă trebuie să treacă prin vas pentru a se obține o masă $m = 10kg$ de alcool? Se cunosc: $c_{al} = 2750\frac{J}{kgK}$, $c_{apa} = 4185\frac{J}{kgK}$, $\lambda_v = 2120\frac{kJ}{kg}$.

2.11. Într-un vas de capacitate calorică neglijabilă se află apă cu temperatura $t_1 = 25°C$. Dacă apa primește căldura $Q = 695812,5J$, o parte din ea de masă $m' = 100g$ se vaporizează la temperatura $t_2 = 100°C$. Calculează masa de apă aflată inițial în vas.

2.12. Care este temperatura finală a unei bucăți de gheață cu temperatura $t_1 = -10°C$ și masa $m = 800g$ care primește căldura $Q = 368,42kJ$?

2.13. Într-un vas de capacitate calorică $C = 340\frac{J}{K}$ se află o masă $m = 2kg$ de apă care trebuie răcită de la temperatura $t_1 = 90°C$ la $t_2 = 40°C$. Calculează masa de gheață cu temperatura $t_3 = -10°C$ ce se pune în vas pentru răcirea apei.

2.14. O săniuță alunecă uniform pe zăpadă sub acțiunea unei forțe $F = 40$ N. Considerând că 20% din lucrul mecanic al forței de frecare pe distanța $d = 670m$ determină topirea zăpezii ce are temperatura $t_0 = 0°C$, calculează masa de zăpadă ce se topește sub tălpile săniuței.

2.15. Ce masă de gaz metan $\left(q = 39\frac{MJ}{kg}\right)$ trebuie consumată într-o instalație termică pentru a vaporiza $m = 4kg$ de apă cu temperatura inițială $t_1 = 18°C$? Randamentul termic la încălzirea și vaporizarea apei este $\eta = 70\%$.

Se cunosc: temperatura de fierbere a apei $t = 100°C$, $c_{apa} = 4185\frac{J}{kgK}$, $\lambda_v = 2260\frac{kJ}{kg}$.

C. Probleme de performanță

2.1. Un amestec de apă și gheață, cu masa $m = 500g$, se află în echilibru termic într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă.

a) Dacă în calorimetru se introduce o masă $m_1 = 12,56g$ de vapori de apă cu temperatura $t_v = 100°C$, atunci temperatura nu se schimbă. Calculează masa de gheață aflată inițial în calorimetru, știind că după introducerea vaporilor există numai apă.

b) Care este temperatura de echilibru dacă în calorimetru se introduce o masă $m_2 = 20g$ de vapori de apă?

Se cunosc: $c_a = 4185\frac{J}{kgK}$, $\lambda_g = 335\frac{kJ}{kg}$, $\lambda_v = 2260\frac{kJ}{kg}$.

2.2. Într-un calorimetru de capacitate calorică $C = 200\frac{J}{K}$, în care se află $m_1 = 200g$ de apă la temperatura $t_1 = 30°C$, se introduce o bucată de gheață de masă $m_2 = 100g$, cu temperatura $t_2 = -20°C$.

a) Determină temperatura de echilibru și masa de apă din calorimetru.

b) Ce masă maximă poate avea o sferă de aluminiu $\left(c_3 = 895\frac{J}{kgK}\right)$ cu temperatura $t_3 = 90°C$, care, introdusă în calorimetru, nu modifică temperatura acestuia?

Căldura latentă specifică a gheții este $\lambda_g = 335\frac{kJ}{kg}$.

2.3. Pentru a răci o masă de apă $m_1 = 5kg$ cu temperatura $t_1 = 80°C$, se toarnă în vasul ce conține apa o masă de apă $m_2 = 7kg$, cu temperatura $t_2 = 10°C$. La stabilirea echilibrului termic, când temperatura este $t = 40°C$, în vas se mai

introduc vapori de apă cu temperatura $t_3 = 100°C$ şi gheaţă mărunţită cu temperatura $t_4 = -20°C$, astfel încât temperatura apei din vas să rămână neschimbată. Masa finală a apei, aflată la temperatura de echilibru termic, este $M = 13{,}12\,kg$. Calculează:

a) capacitatea calorică a vasului;

b) masa de vapori de apă şi masa de gheaţă introduse în vas.

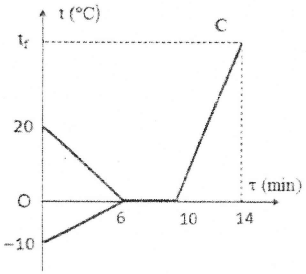
Se neglijează pierderile de căldură cu exteriorul.

Se dau: $c_g = 2090\frac{J}{kgK}$, $c_{apa} = 4185\frac{J}{kgK}$, $\lambda_g = 335\frac{kJ}{kg}$, $\lambda_v = 2260\frac{kJ}{kg}$.

2.4. Într-o tavă cu lungimea $L = 1\,m$ şi lăţimea $\ell = 20\,cm$, în care se află un litru de apă la temperatura $T_1 = 298K$, se toarnă $m = 0{,}8\,kg$ de azot lichid la temperatura de fierbere a acestuia $T_2 = 77K$. După vaporizarea azotului, apa din tavă s-a răcit, ajungând la temperatura $T_0 = 273K$, şi s-a acoperit cu o pojghiţă de gheaţă la aceeaşi temperatură. Determină grosimea stratului de gheaţă, cunoscând că vaporii de azot părăsesc gheaţa la temperatura $T_0 = 273K$.

Se cunosc: $\lambda_{azot} = 200\frac{kJ}{kg}$, $c_{azot} = 1050\frac{J}{kgK}$, $\rho_g = 917\frac{kg}{m^3}$, $\lambda_g = 340\frac{kJ}{kg}$, $\rho_a = 1000\frac{kg}{m^3}$, $c_a = 4185\frac{J}{kgK}$.

2.5. Într-un vas de capacitate calorică neglijabilă se amestecă apă cu gheaţă mărunţită. Când amestecul a ajuns la echilibru termic (substanţele păstrându-şi starea de agregare), vasul este încălzit cu ajutorul unei instalaţii în care combustibilul arde cu debitul de masă $D_m = 0{,}5\frac{g}{min}$, cu randamentul $\eta = 62\%$. În vas este introdus un termometru a cărui temperatură în funcţie de timp este reprezentată în figura alăturată.



Calculează:

a) raportul dintre masa de gheaţă (m_2) şi masa de apă (m_1) aflate iniţial în vas;

b) masa de gheaţă (m_2);

c) temperatura finală a apei din vas.

Se cunosc: $c_1 = 4185\frac{J}{kgK}$, $c_2 = 2090\frac{J}{kgK}$, căldura latentă specifică de topire a gheţii $\lambda = 335\frac{kJ}{kg}$ şi puterea calorică a combustibilului $q = 27\frac{MJ}{kg}$.

2.6. Un vas care conţine o masă $m = 2\,kg$ de apă la temperatura $t_0 = 0°C$ se introduce într-o incintă prevăzută cu o pompă pentru evacuarea gazelor. Dacă se scot aerul şi vaporii ce se formează deasupra lichidului, se constată că o parte din apă îngheaţă, temperatura gheţii fiind $t_0 = 0°C$, iar cealaltă parte s-a vaporizat la temperatura $t_0 = 0°C$. Calculează:

a) cât la sută din masa iniţială de apă a îngheţat;

b) masa de apă ce s-a vaporizat.

Se cunosc: $\lambda_g = 335\frac{kJ}{kg}$, $\lambda_v = 2260\frac{kJ}{kg}$.

2.7. Într-un calorimetru de capacitate calorică neglijabilă se află o masă $m = 100\,g$ de apă la temperatura $t_1 = 20°C$. În apa din calorimetru se introduc bucăţi foarte mici de gheaţă (pentru ca stabilirea echilibrului termic să se facă foarte repede) cu temperatura $t_2 = -20°C$. Cunoscând că temperatura de echilibru termic este $t_0 = 0°C$, calculează masa de gheaţă ce se introduce în calorimetru.

Se cunosc: $c_g = 2090\frac{J}{kgK}$, $c_{apa} = 4185\frac{J}{kgK}$, $\lambda_g = 335\frac{kJ}{kg}$.

2.8. O masă de apă cu temperatura $t_1 = 80°C$ se amestecă cu zăpadă umedă cu temperatura $t_0 = 0°C$.

a) Să se calculeze fracţiunea de apă aflată iniţial în zăpadă, dacă temperatura de echilibru este $t = 15°C$, iar masele de apă şi zăpadă care se amestecă sunt egale.

b) În ce raport trebuie să fie masele de apă şi zăpadă care se amestecă pentru ca temperatura de echilibru să fie $t_0 = 0°C$, în vas fiind numai apă?

c) Ce masă de combustibil cu puterea calorică $q = 39\frac{MJ}{kg}$ ar fi necesară pentru a transforma o masă de zăpadă $M = 15\,kg$ în apă la temperatura $t_2 = 40°C$, cu un randament $\eta = 70\%$?

Se cunosc: căldura specifică a apei $c = 4185\frac{J}{kgK}$, căldura latentă specifică de topire a zăpezii $\lambda = 335\frac{kJ}{kg}$. Pentru punctele ***a)*** şi ***b)*** se neglijează capacitatea calorică a vasului şi pierderile de căldură în exterior.

2.9. Într-un vas metalic cu volumul $V = 50\,\ell$ se găseşte o bucată de gheaţă de volum $V_1 = 37{,}5\,\ell$ şi temperatura $t_1 = -20°C$. Vasul şi gheaţa se află la aceeaşi temperatură. Apoi, vasul se umple cu apă la temperatura $t_2 = 30°C$. După

stabilirea echilibrului termic, vasul rămâne tot plin, fără să curgă apa din el, iar schimbul de căldură cu mediul exterior este neglijabil. Volumul corpurilor, atâta timp cât nu-şi modifică starea de agregare, variază nesemnificativ cu temperatura în timpul acestui proces.

a) Explică de ce temperatura de echilibru, în situaţia prezentată, nu poate fi decât 0°C ;

b) Calculează capacitatea calorică a vasului şi compar-o cu capacitatea calorică a apei;

c) Dacă s-ar neglija capacitatea calorică a vasului, stabileşte starea finală a sistemului.

Se cunosc: $c_a = 4200\frac{J}{kgK}$, $c_g = 2100\frac{J}{kgK}$, $\lambda_g = 340\frac{kJ}{kg}$, $\rho_a = 1000\frac{kg}{m^3}$, $\rho_g = 900\frac{kg}{m^3}$.

Subiect propus la OJF 2012 de:
prof. Viorel Popescu, Colegiul Naţional „Ion C. Brătianu" – Piteşti
prof. Pop Ioan, Colegiul Naţional „Mihai Eminescu" – Satu Mare

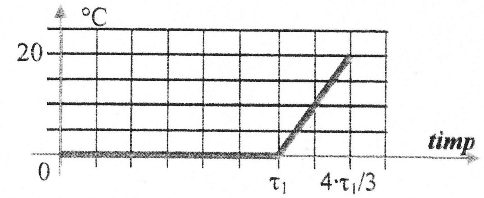
2.10. Pentru a determina conţinutul procentual de apă în zăpada umedă, Geo şi Maria au primit un calorimetru nou, pe care îl testează cu scopul declarat de a afla proprietăţile lui, în special *pierderile de căldură în unitatea de timp (fluxul de căldură radiată)* în mediul laboratorului. În laborator este cald, temperatura fiind aproximativ constantă (în jur de 25°C). Coordonaţi de profesorul de fizică, ei introduc în calorimetru diverse substanţe, măsoară temperatura acestora la diferite intervale de timp şi constată că temperatura creşte aproximativ uniform în timp. Măsurătorile lor au fost înregistrate în tabelul următor.

Nr.	Nume	Substanţa	Masa (kg)	t iniţială (°C)	t finală (°C)	Δt (°C)	Căldura specifică (J/kg·K)	Durata τ (min)	Căldura schimbată Q (J)	Flux (J/s)
1	Ana	Etanol	0,36	−10	9		2600	12		
2	Costel	Apă	1,26	6	10		4180	14		
3	Geo	Soluţie de Glicerină	0,63	2	12		2400	10		
4	Prof.	Mercur	1	−30	24		141	5		
5	Maria	Gheaţă	2,12	−4	−2		2090	6		

a) Completează acest tabel, reprezintă grafic temperatura în funcţie de timp pentru cele 5 experimente şi stabileşte o concluzie cu privire la *fluxul de căldură radiată de calorimetru*.

b) Geo şi Maria continuă testarea calorimetrului. Ei au adus din parcul şcolii zăpadă şi au introdus-o în calorimetru. Au măsurat variaţia temperaturii în funcţie de timp şi au realizat graficul alăturat. Ce semnificaţie fizică au cele două porţiuni distincte ale graficului?

c) Cunoscând şi valoarea căldurii latente specifice de topire a gheţii $\lambda_g = 334,4\,kJ\cdot kg^{-1}$, determinaţi conţinutul procentual (fracţia f) de apă din zăpadă obţinut de cei doi elevi.



Subiect propus la OJF 2013 de:
Prof. Ion Băraru, Colegiul Naţional „Mircea cel Bătrân " – Constanţa
Prof. Florin Măceşanu, Şcoala Gimnazială „Ştefan cel Mare" – Alexandria
Prof. Constantin Rus, Colegiul Naţional „Liviu Rebreanu" – Bistriţa

CAPITOLUL 2

Fenomene termice

II. REZOLVĂRI

1. Căldura. Calorimetrie. Combustibili

A. Probleme de nivel elementar

1.1. $C = mc$.

1.2. $\mathrm{J} = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$.

1.3. Din relația de definiție pentru căldura specifică obținem:

$$Q = mc(t_2 - t_1) = 0{,}2\mathrm{kg}\cdot 920\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}\cdot 70\mathrm{K} = 12880\,\mathrm{J}.$$

1.4. $Q = mc(t_2 - t_1) = \rho Vc(t_2 - t_1) = -188{,}1\,\mathrm{kJ}$.

1.5. $T_1 = (12+273)\mathrm{K} = 285\,\mathrm{K}$. Din relația de definiție pentru capacitatea calorică obținem: $C = \frac{Q}{T_2 - T_1} = 12{,}5\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{K}}$.

1.6. Scriem căldura primită pentru încălzire de fiecare corp:

$$Q = C_1\Delta t_1 = C_2\Delta t_2 \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 4,\ \text{sau}\ \frac{C_1}{C_2} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{4},\ C_2 = 4C_1.$$

1.7. Scriem relația de definiție pentru căldura specifică: $c = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)} = 800\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$.

1.8. Căldura cedată de apa $\left(c = 4185\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}\right)$ fierbinte: $|Q_{ced}| = mc(t_2 - t)$. Căldura primită de calorimetru: $Q_{pr} = C(t - t_1)$. Scriem ecuația calorimetrică:

$$|Q_{ced}| = Q_{pr} \Leftrightarrow mc(t_2 - t) = C(t - t_1) \Rightarrow t = \frac{Ct_1 + mct_2}{C + mc} = 76{,}85\,°\mathrm{C}.$$

1.9. $|Q_{ced}| = Q_{pr}$, $m_1c(t - t_1) = m_2c(t_2 - t) \Leftrightarrow \frac{m_1}{m_2} = \frac{t_2 - t}{t - t_1} = 1$.

1.10. $|Q_{ced}| = Q_{pr}$, $\Leftrightarrow m_1c_1(t_1 - t) = m_2c_2(t - t_2) \Rightarrow m_2 = \frac{m_1c_1(t_1 - t)}{c_2(t - t_2)} = 54{,}76\,\mathrm{g}$.

1.11. $q = \frac{Q}{m} = 10\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}}$.

1.12. Din relația de definiție a puterii calorice putem scrie:
$Q = mq = \rho Vq = 111{,}8\,\mathrm{MJ}$.

1.13. Randamentul la încălzire: $\eta = \frac{Q_{util}}{Q_{consumat}} = \frac{Q_1}{Q_2} = 0{,}7$.

1.14. $\eta = \frac{L}{Q_1} \Rightarrow L = \eta Q_1 = 119{,}6\,\mathrm{MJ}$.

1.15. $\eta = \frac{L}{Q_1} \Leftrightarrow \eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 0{,}3 = 30\%$.

B. Probleme de nivel mediu

1.1. $Q = m_{apa}c_{apa}\Delta T = C\Delta T \Rightarrow m_{apa} = \frac{C}{c_{apa}}$.

1.2. $Q_{ced} + Q_{abs} = 0 \Leftrightarrow mc(t_3 - t) + mc(t_2 - t) + mc(t_1 - t) = 0 \Rightarrow$
$t = \frac{t_3 + t_2 + t_1}{3} = 40\,°\mathrm{C}$.

1.3. $|Q| = mc_{otel}(t_1 - t_2) + \rho Vc_{ulei}(t_1 - t_2) = (mc_{otel} + \rho Vc_{ulei})(t_1 - t_2) = 1413{,}6\,\mathrm{kJ}$.

1.4. $Q = Q_1 + Q_2 = mc_1\Delta t + mc_2\Delta t\ (1)$, $Q = 2mc\Delta t\ (2)$; din cele două relații obținem: $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$.

1.5. $Q = Q_1 + Q_2 = \rho_1Vc_1\Delta t + \rho_2Vc_2\Delta t\ (1)$, $Q = 2V\rho c\Delta t\ (2)$, unde ρ este densitatea amestecului $\rho = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$; din cele două relații obținem: $c = \frac{\rho_1c_1 + \rho_2c_2}{\rho_1 + \rho_2}$.

1.6. $|Q_{ced}| = Q_{pr}$, $\Leftrightarrow m_2c_2(t_2 - t) = m_1c_1(t - t_1) \Rightarrow t = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2}{m_1c_1 + m_2c_2} = 69{,}38\,°\mathrm{C}$.

1.7. $|Q_{ced}| = Q_{pr}$, $\Leftrightarrow (mc + m_1c_1)(t_1 - t) = m_2c_2(t - t_2) \Rightarrow$
$m_2 = \frac{(mc + m_1c_1)(t_1 - t)}{c_2(t - t_2)} = 281\,\mathrm{g}$.

1.8. $t_2 = 90\,°\mathrm{C}$, $|Q_{ced}| = Q_{pr}$, $\Leftrightarrow m_2c_2(t_2 - t) = (C + m_1c_1)(t - t_1) \Rightarrow$
$c_2 = \frac{(C + m_1c_1)(t - t_1)}{m_2(t_2 - t)} = 250{,}16\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}$.

1.9. Căldura eliberată prin răcire de cană și ceai $|Q_1| = (mc + m_1c_1)(t_1 - t_2)$ este preluată de volumul de aer $Q_2 = \rho_{aer}Vc_{aer}\Delta t$. Din egalarea celor două relații obținem: $V = \dfrac{(mc + m_1c_1)(t_1 - t_2)}{\rho_{aer}c_{aer}\Delta t} = 0{,}98\text{m}^3$.

1.10. $\eta = \dfrac{Q_{util}}{Q_{consumat}}$, $\eta = \dfrac{(mc + m_1c_1)(t_2 - t_1)}{m_2q} = 0{,}6$.

1.11. Căldura eliberată prin ardere lemnelor este $Q_1 = m_1q_1 = \rho_1Vq_1$, respectiv

$Q_2 = m_2q_2 = \rho_2Vq_2$, de unde $n_1 = \dfrac{\rho_1Vq_1}{Q_0} = 63{,}75$ zile, $n_2 = \dfrac{\rho_2Vq_2}{Q_0} = 80$ zile.

1.12. Căldura pe care o primește aerul pentru încălzire:

$Q_1 = mc(t_2 - t_1) = \rho L\ell hc(t_2 - t_1)$, căldura eliberată prin arderea lemnelor:

$Q_2 = m_cq$, $Q_1 = 0{,}8Q_2 \Rightarrow m = \dfrac{\rho L\ell hc(t_2 - t_1)}{0{,}8q} = 71{,}11\text{g}$.

1.13. $\eta = \dfrac{mc\Delta t}{m_cq} \Rightarrow \Delta t = \dfrac{\eta m_cq}{mc} = 250°\text{C}$.

1.14. Căldura absorbită de piatră $Q_p = mc\Delta t$, energia potențială $E_p = mgh$,

$0{,}5E_p = Q_p$ echivalent cu $0{,}5mgh = mc\Delta t \Rightarrow c = \dfrac{0{,}5gh}{\Delta t} = 625\dfrac{\text{J}}{\text{kgK}}$.

1.15. $0{,}4\dfrac{m}{2}(v_1^2 - v_2^2) = mc\Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{0{,}2(v_1^2 - v_2^2)}{c} = 7{,}65°\text{C}$.

1.16. $|Q_{ced}| = Q_{pr} \Leftrightarrow m_2c_{apa}(t_2 - t) = C(t - t_0) + m_1c_{apa}(t - t_1)\ (1)$, $m = m_1 + m_2\ (2)$;

din relațiile (1) și (2) obținem: $m_1 = \dfrac{mc_{apa}(t_2 - t) - C(t - t_0)}{c_{apa}(t_2 - t_1)} = 8{,}34\text{kg}$ și

$m_2 = m - m_1 = 11{,}66\text{kg}$.

1.17. $\eta = \dfrac{L}{Q_1} = \dfrac{Fd}{\rho Vq} = 0{,}3$.

1.18. a) $P = Fv \Rightarrow F = \dfrac{P}{v} = 1200\text{N}$; b) $\eta = \dfrac{L}{Q_1} = \dfrac{Pt}{mq} = \dfrac{Pd}{\rho Vqv} = 0{,}33$.

1.19. $\eta = \dfrac{L}{Q_1} = \dfrac{Pd}{\rho Vqv} \Rightarrow P = \dfrac{\eta\rho Vqv}{d} = 10948\text{W}$.

1.20. $\eta = \dfrac{L}{Q_1} = \dfrac{Fd}{mq} \Rightarrow m = \dfrac{Fd}{q\eta} = 18{,}46\text{kg}$.

C. Probleme de performanță

1.1. ***a)*** Sfera se încălzește până la temperatura de fierbere a apei $t_f = 100°\text{C}$ $Q = mc_1(t_f - t_1) = \rho Vc_1(t_f - t_1) = 14062\text{J}$.

b) Sfera cedează căldură, iar lichidul și calorimetrul primesc căldură. Scriem ecuația calorimetrică: $|Q_{ced}| = Q_{abs.} \Leftrightarrow \rho Vc_1(t_f - t) = (C + m_2c_2)(t - t_2)$, de unde obținem:

$$c_2 = \frac{1}{m_2}\left[\rho Vc_1 \cdot \frac{t_f - t}{t - t_2} - C\right] = 1842{,}85\frac{\text{J}}{\text{kgK}}.$$

1.2. ***a)*** $|Q_{ced}| = m_2c_2(t_2 - t) = 1973{,}4\text{J}$.

b) Căldura cedată de corp este absorbită de apă și calorimetru.

$$|Q_{ced}| = Q_{abs.} \Leftrightarrow |Q_{ced}| = (C + m_1c_1)(t - t_1) \Rightarrow C = \frac{|Q_{ced}|}{t - t_1} - m_1c_1 = 149{,}7\frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

1.3. ***a)*** Căldura degajată prin arderea combustibilului este preluată integral de apă și vas pentru a se încălzi:

$$mq = (m_1c_1 + m_2c_2)\Delta t \Rightarrow m = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)\Delta t}{q} = 66{,}15\text{g}.$$

b) Numai 60% din căldura degajată prin arderea combustibilului este absorbită de apă și vas:

$$0{,}6m'q = (m_1c_1 + m_2c_2)\Delta t \Rightarrow m' = \frac{(m_1c_1 + m_2c_2)\Delta t}{0{,}6q} = 110{,}25\text{g}.$$

c) $Q_0 = m_2c_2\Delta t = 69000\text{J}$; $C = m_2c_2 = 1150\dfrac{\text{J}}{\text{K}}$.

1.4. ***a)*** $|L_f| = mgh$; $0{,}4|L_f| = mc_1\Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{0{,}4gh}{c_1} = 0{,}64°\text{C}$.

b) Înainte de a introduce bara în calorimetru, temperatura ei este:

$t_1' = t_1 + \Delta t = 15°\text{C}$ $|Q_{ced}| = Q_{abs} \Leftrightarrow (C + m'c_a)(t_2 - t) = mc_1(t - t_1') \Rightarrow$

$$t = \frac{(C + m'c_a)t_2 + mc_1t_1'}{mc_1 + C + m'c_a} = 49{,}283°\text{C}.$$

1.5. ***a)*** $(mc_a + C)(t - t_0) = m_1c_1(t_1 - t) + m_2c_2(t_2 - t) \Rightarrow$

$$t = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 + t_0(mc_a + C)}{m_1c_1 + m_2c_2 + mc_a + C} = 21{,}88°\text{C}.$$

b) $(mc_a + C)(t' - t_0) + Q = m_1c_1(t_1 - t') + m_2c_2(t_2 - t') \Rightarrow$

$$t' = t - \frac{Q}{mc_a + C + m_1c_1 + m_2c_2} = 21,79\,°\text{C}.$$

c) $(mc_a + C)(t'' - t_0) + 418(t'' - t_0) = m_1c_1(t_1 - t'') + m_2c_2(t_2 - t'') \Rightarrow$

$$t'' = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2 + t_0(mc_a + C) + 418t_0}{m_1c_1 + m_2c_2 + mc_a + C + 418} = 21,52\,°\text{C}.$$

1.6. *a)* $Q = F_f d = \mu Fn2\pi r = 2009,6\,\text{KJ}.$

b) $0,2 \cdot Q = mc(t - t_1) \Rightarrow t = t_1 + \frac{0,2 \cdot Q}{mc} = 68,24\,°\text{C}.$

1.7. *a)* $q = mc\Delta T = 8151\,\text{J}.$

b) Căldura cedată de apă prin contact cu mediul înconjurător în timpul $\tau = 5\,\text{min}$ este egală cu căldura eliberată de picături prin răcire. Masa de apă din vas este variabilă pentru că periodic se picură apă caldă.

$$|Q_{ced}| = Q_{primit};\ |Q_{ced}| = \left(m + \frac{nm'\tau}{2}\right)c\Delta T;\ Q_{primit} = nm'\tau c(t_2 - t_1)$$

$$\left(m + \frac{nm'\tau}{2}\right)c\Delta T = nm'\tau c(t_2 - t_1) \Rightarrow n = \frac{2m\Delta T}{m'\tau\left[2(t_2 - t_1) - \Delta T\right]} = 20\frac{\text{picături}}{\text{min}}.$$

c) $M = m + nm'\tau = 2,05\,\text{kg}.$

1.8. *a)* Căldura Q preluată de apă într-un interval de timp τ este:

$$Q = (a \cdot S \cdot E - b \cdot \Delta t)\tau$$

$$\eta = \frac{Q}{S \cdot E \cdot \tau} \Rightarrow \eta = a - \frac{b \cdot \Delta t}{S \cdot E},\ \text{unde}\ \Delta t = \frac{t_A + t_B}{2} - t.$$

În situația de la ora 9.00: $\Delta t = 0 \Rightarrow a = 0,7$.

Din valorile înregistrate la ora 17.00 se observă că temperatura apei la ieșire este egală cu cea de la intrare, deci energia solară primită de apă este egală cu energia cedată mediului exterior. Rezultă:

$$a \cdot S \cdot E \cdot \tau = b \cdot \Delta t \cdot \tau \Rightarrow b = \frac{a \cdot S \cdot E}{\Delta t} \Rightarrow b = 10\frac{\text{W}}{\text{K}}.$$

Cu aceste valori pentru a și b, obținem:

ora	9.00	11.00	13.00	15.00	17.00
$\eta(\%)$	70	65	57	42	0

b) Căldura Q preluată de apă determină creșterea temperaturii acesteia, deci: $Q = mc(t_B - t_A)$.

Se obține: $m = \frac{\eta \cdot S \cdot E}{c \cdot (t_B - t_A)} \cdot \tau.$

Cu valorile numerice de la ora 9.00, rezultat final: $m \cong 22$ g.

c) $\eta = \frac{Q}{Q_c}$

$$Q = V \cdot \rho_a \cdot c \cdot (t_1 - t_0)$$

$$Q_c = M \cdot q$$

Masa de combustibil economisit: $M = \frac{V\rho_a c(t_1 - t_0)}{\eta \cdot q}$.

Numeric: $M = 2,7$ kg.

1.9. $W_1 = K(t_1 - t_2) \cdot z_1$

$$W_2 = K(t_1 - t_3) \cdot z_2;\ W_2 = \frac{W_1(t_1 - t_3)}{t_1 - t_2} \cdot \frac{z_2}{z_1}$$

$$V_1 = PW_1 \Rightarrow V_1 = 175{,}46\ \text{lei}$$

$$V_2 = PW_2 \Rightarrow V_2 = 317{,}29\ \text{lei}$$

1.10. *a)* Căldura pierdută de apa din ceainic în unitatea de timp este constantă. Căldura pierdută este compensată de încălzitor.

$$\eta = \frac{Q_u}{Q_c} = \frac{\rho Vc\Delta\theta}{D_m\tau q},\ \tau = 5\,\text{min},\ \Delta\theta = 1\,\text{K}$$

$$D_m = \frac{\rho Vc\Delta\theta}{\eta\tau q}$$

$$D_m = 21 \cdot 10^{-6}\frac{\text{kg}}{\text{min}} = 21\frac{\text{mg}}{\text{min}}$$

b) Căldura pierdută de ceainic este compensată prin căldura primită de la picături:

$n\tau m_p c(\theta_2 - \theta_1) = \rho Vc\Delta\theta$, n – nr. de picături pe minut,

$$n = \frac{\rho V\Delta\theta}{\tau m_p(\theta_2 - \theta_1)},\ n = 20\frac{\text{picături}}{\text{min}}.$$

2. Schimbarea stării de agregare

A. Probleme de nivel elementar

2.1. Fenomene care se fac cu absorbție de căldură: topirea, vaporizarea, sublimarea. Fenomene care se fac cu eliberare de căldură: condensarea, solidificarea, desublimarea.

2.2. $Q = m\lambda_g = 0,4 \cdot 335\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 134\text{kJ}$.

2.3. $\lambda = \frac{Q}{m} = \frac{70400\text{J}}{0,4\text{kg}} = 176\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

2.4. $m = \frac{Q}{\lambda} = \frac{5755\text{J}}{23020\frac{\text{J}}{\text{kg}}} = 0,25\text{kg}$.

2.5. Calculăm căldura absorbită pentru încălzire până la temperatura de fierbere $t_f = 100°\text{C}$: $Q_1 = mc(t_f - t) = 167,4\text{kJ}$, $Q_1 < Q$; apa se poate vaporiza.

Calculăm masa de apă ce se poate vaporiza: $m_v = \frac{Q - Q_1}{\lambda_v} = 0,926\text{kg}$;

$m_v < m$; apa nu se vaporizează integral.

2.6. $Q = m\lambda_v = 0,6 \cdot 2260\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 1356\text{kJ}$.

2.7. Masa de gheață la 0°C conținută în zăpada umedă este 0,8kg, $Q = 0,8m\lambda_g = 268\text{kJ}$.

2.8. A – topire, B – încălzirea apei rezultate din topirea gheții, C – vaporizare. Temperaturile la care se produc fenomenele ne indică substanța.

2.9. Gheața trebuie adusă la temperatura de topire și apoi primește căldură latentă de topire: $Q = Q_1 + Q_2 \Leftrightarrow Q = mc(t_{tp} - t_1) + m\lambda_g = 35590\text{J}$.

2.10. $Q = Q_1 + Q_2 \Leftrightarrow Q = mc(t_1 - t_0) + 0,5m\lambda_v = 242740\text{J}$.

B. Probleme de nivel mediu

2.1. Va avea loc o creștere vizibilă a masei de gheață. Căldura eliberată prin solidificarea apei va determina încălzirea gheții. Temperatura de echilibru va fi 0°C.

2.2. Căldura specifică a apei este mai mare decât a aerului.

2.3. Calculăm căldura eliberată prin răcire până la 0°C:

$Q_1 = (C + mc)(t_1 - t_0) = 19,14\text{kJ}$, cum $Q_1 < Q$ rezultă că apa se va solidifica, calculăm masa de apă ce se solidifică:

$Q - Q_1 = m_s\lambda_g \Rightarrow m_s = \frac{Q - Q_1}{\lambda_g} = 0,143\text{kg}$, $m_s < m$; apa nu se va solidifica integral; vom avea un amestec de apă și gheață cu temperatura de 0°C.

2.4. Calculăm căldura absorbită de apă pentru a ajunge la $t_f = 100°\text{C}$:

$Q_1 = mc(t_f - t_1) = 16,74\text{kJ}$. $Q_1 < Q$; rezultă că poate avea loc și vaporizare, calculăm masa de apă care se poate vaporiza

$Q - Q_1 = m_v\lambda_v \Rightarrow m_v = \frac{Q - Q_1}{\lambda_v} = 0,172\text{kg}$; $m_v < m$, vom avea în final

$m_a = m - m_v = 27,8\text{g}$ apă la 100°C și vapori.

2.5. Calculăm căldura eliberată de piesă prin răcire până la 100°C:

$Q_1 = C_1(t_1 - t_f) = 413,6\text{kJ}$. Căldura absorbită de vas și apă până la 100°C este: $Q_2 = (C_2 + mc_a)(t_f - t_2) = 232,25\text{kJ}$; $Q_1 > Q_2$, rezultă că cel puțin o parte din apă se vaporizează: $Q_1 - Q_2 = m_v\lambda_v \Rightarrow m_v = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda_v} = 80,24\text{g}$,

deci temperatura de echilibru va fi 100°C.

2.6. Scriem ecuația calorimetrică:

$|Q_{ced}| = Q_{pr} \Leftrightarrow (C + m_1c_a)(t_1 - t) = fm_2\lambda_g + m_2c_a(t - t_0)$, de unde obținem:

$f = \frac{(C + m_1c_a)(t_1 - t) - m_2c_a(t - t_0)}{m_2\lambda_g} = 46,48\%$.

2.7. $0,1Pt = mc_g(t_0 - t) + m\lambda_g \Rightarrow m = \frac{0,1Pt}{c_g(t_0 - t) + \lambda_g} = 0,521\text{kg}$.

2.8. $|Q_{ced}| = Q_{pr} \Leftrightarrow m_1c_1(t_1 - t_0) = m_2c_2(t_0 - t_2) \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{c_1(t_1 - t_0)}{c_2(t_0 - t_2)} = 4$.

2.9. Ecuația de bilanț termic se scrie:

$|Q_{ced}| = Q_{pr} \Leftrightarrow m_ac_a(t_2 - t_0) = (C + mc_g)(t_0 - t_1) + m\lambda_g$, de unde obținem:

$m_a = \frac{(C + mc_g)(t_0 - t_1) + m\lambda_g}{c_a(t_2 - t_0)} = 0,267\text{kg}$.

2.10. Căldura eliberată de vaporii de alcool prin condensare și răcire:

$Q_v = m\lambda_v + mc_{al}(t - t_2)$, căldura absorbită de apă $Q_{apa} = m_ac_{apa}(t_t - t_1)$. Din cele două relații obținem: $m_a = \frac{m[\lambda_v + c_{al}(t - t_2)]}{c_{apa}(t_2 - t_1)} = 179,59\text{kg}$.

2.11. $Q = mc_{apa}(t_2 - t_1) + m'\lambda_v \Rightarrow m = \frac{Q - m'\lambda_v}{c_{apa}(t_2 - t_1)} = 1,5\text{kg}$.

2.12. Căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la $t_0 = 0°\text{C}$ este:

$Q_1 = mc_g(t_0 - t_1) = 16720\text{J}$, $Q > Q_1 \Rightarrow$ Gheața se topește.

$Q_2 = m\lambda_g = 268000\text{J}$, $Q_1 + Q_2 < Q \Rightarrow$ Apa rezultată din topirea gheții se încălzește.

$Q - (Q_1 + Q_2) = mc_{apa}(t - t_0) \Rightarrow t = \frac{Q - (Q_1 + Q_2)}{mc_{apa}} + t_0 = 25°\text{C}$

2.13. Căldura eliberată de vas și apă prin răcire: $|Q_{ced}| = (C + mc_{apa})(t_1 - t_2)$, căldura absorbită de gheață pentru încălzire și topire $Q_{abs} = m_g c_g (t_0 - t_3) + m_g \lambda_g$, dar $|Q_{ced}| = Q_{abs}$, de unde se obține

$$m_g = \frac{(C + mc_{apa})(t_1 - t_2)}{c_g (t_0 - t_3) + \lambda_g + c_a (t_2 - t_0)} = 0,832\,\text{kg}.$$

2.14. Mișcarea este uniformă $F = F_f$. Lucrul efectuat de forța de frecare $|L_f| = Fd$, căldura absorbită de gheață $Q = m\lambda_g$, $0,2Fd = m\lambda_d$,

$$m = \frac{0,2Fd}{\lambda_g} = 16\,\text{g}.$$

2.15. Randamentul la încălzire $\eta = \frac{Q_{ads}}{Q_{comb}} = \frac{mc_{apa}(t - t_1) + m\lambda_v}{m'q} \Rightarrow$

$$m' = \frac{m\left[c_{apa}(t - t_1) + \lambda_v\right]}{\eta q} = 381,4\,\text{g}.$$

C. Probleme de performanță

2.1. *a)* Dacă temperatura rămâne constantă, rezultă că gheața se topește, absorbind căldura eliberată de vaporii de apă prin condensare și răcire.

$$m_g \lambda_g = m_1\left[\lambda_v + c_a(t_v - t_0)\right] \Rightarrow m_g = \frac{m_1\left[\lambda_v + c_a(t_v - t_0)\right]}{\lambda_g} = 100\,\text{g}$$

b) Apa rezultată din topirea gheții se încălzește. Cunoscând masa de gheață ce era inițial în calorimetru, putem scrie:

$$m_g \lambda_g + mc_a(t - t_0) = m_2\left[\lambda_v + c_a(t_v - t)\right] \Rightarrow$$

2.2. *a)* Căldura eliberată de apă și calorimetru prin răcire până la $t_0 = 0°\text{C}$ este:

$Q_1 = (C + m_1 c_1)(t_1 - t_0) = 31110\,\text{J}$. Căldura necesară gheții pentru a se încălzi până la temperatura de topire este: $Q_2 = m_2 c_g (t_0 - t_2) = 4180\,\text{J}$, $Q_1 > Q_2$.

Căldura latentă de topire este: $Q_3 = m_2 \lambda_g = 33500\,\text{J}$, $Q_1 < Q_2 + Q_3$, deci nu toată gheața se topește. În vas va exista un amestec de apă și gheață la $t_0 = 0°\text{C}$.

Masa de gheață care se topește este: $m' = \frac{Q_1 - Q_2}{\lambda_g} = 80,38\,\text{g}$.

În calorimetru se află masa de apă: $m_a = m_1 + m' = 280,38\,\text{g}$.

b) Căldura eliberată de sfera din aluminiu determină topirea gheții rămase în calorimetru.

$$m_{max} c_3 (t_3 - t_0) = (m_2 - m')\lambda_g \Rightarrow m_{max} = \frac{(m_2 - m')\lambda_g}{c_3(t_3 - t_0)} = 81,597\,\text{g}.$$

2.3. *a)* $|Q_{ced}| = Q_{abs} \Leftrightarrow (C + m_1 c_{apă})(t_1 - t) = m_2 c_{apă}(t - t_2) \Rightarrow$

$$C = c_{apă}\left(m_2 \cdot \frac{t - t_2}{t_1 - t} - m_1\right) = 1046,25\frac{\text{J}}{\text{K}}.$$

b) Căldura cedată de vaporii de apă este egală cu căldura primită de gheață pentru ca temperatura să nu se modifice.

$$m_3\left[\lambda_v + c_{apa}(t_3 - t)\right] = m_4\left[c_g(t_0 - t_4) + \lambda_g + c_{apa}(t - t_0)\right],$$

$$\frac{m_4}{m_3} = \frac{\lambda_v + c_{apa}(t_3 - t)}{c_g(t_0 - t_4) + \lambda_g + c_{apa}(t - t_0)} \cong 4,6 \quad m_3 + m_4 = M - (m_1 + m_2) = 1,12\,\text{Kg},$$

$$\frac{m_3 + m_4}{m_3} = \frac{5,6}{1} \Rightarrow m_3 = 0,2\,\text{Kg},\ m_4 = 0,92\,\text{Kg}.$$

2.4. $|Q_{ced}| = Q_{abs} \Leftrightarrow \rho_a V c_a (T_1 - T_0) + \rho_g L\ell h \lambda_g = m\left[\lambda_{azot} + c_{azot}(T_0 - T_2)\right] \Rightarrow$

$$h = \frac{m\left[\lambda_{azot} + c_{azot}(T_0 - T_2)\right] - \rho_a V c_a (T_1 - T_0)}{\rho_g L\ell \lambda_g} = 3,66\,\text{mm}.$$

2.5. *a)* Căldura eliberată de apă prin răcire de la $t_1 = 20°\text{C}$ la $t_0 = 0°\text{C}$ este primită de gheață pentru a se încălzi de la $t_2 = -10°\text{C}$ la $t_0 = 0°\text{C}$.

$$m_1 c_1 (t_1 - t_0) = m_2 c_2 (t_0 - t_2) \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{c_1(t_1 - t_0)}{c_2(t_0 - t_2)} = 4.$$

b) $\eta = \frac{m_2 \lambda}{D_m \tau_1 q}$; $\tau_1 = 4\,\text{min} \Rightarrow m_2 = \frac{\eta D_m \tau_1 q}{\lambda} \cong 100\,\text{g}.$

c) Masa inițială de apă este $m_1 = \frac{m_2}{4} = 25\,\text{g}$

$$\eta = \frac{(m_1 + m_2)c_1(t_f - t_0)}{D_m \tau_2 q};\quad \tau_2 = 4\,\text{min} \Rightarrow t_f = \frac{\eta D_m \tau_2 q}{(m_1 + m_2)c_1} + t_0 \cong 64°\text{C}.$$

2.6. *a)* $fm\lambda_g = (1 - f)m\lambda_v \Rightarrow f = \frac{\lambda_v}{\lambda_v + \lambda_g} \cong 87\%.$

b) $m_v = m - fm = m(1 - f) = m \cdot \frac{\lambda_g}{\lambda_g + \lambda_v} \cong 0,26\,\text{kg}.$

2.7. Dacă în calorimetru se introduce o masă minimă m_1 de gheață, aceasta se topește și în final avem numai apă la t_0. În acest caz putem scrie:

$$mc_{apa}(t_1 - t_0) = m_1\left[c_g(t_0 - t_2) + \lambda_g\right] \Rightarrow m_1 = \frac{mc_{apa}(t_1 - t_0)}{c_g(t_0 - t_2) + \lambda_g} = 22,21\,\text{g}.$$

Pentru o masă maximă m_2 de gheață, apa din calorimetru îngheață. În acest caz, în calorimetru se află gheață la 0°C, iar ecuația de bilanț energetic se scrie:

$$m\left[c_{apa}(t_1-t_0)+\lambda_g\right]=m_2c_g(t_0-t_2)\Rightarrow\ m_2=\frac{m\left[c_{apa}(t_1-t_0)+\lambda_g\right]}{c_g(t_0-t_2)}=1002\,\text{g}.$$

Masa de gheață care se pune în calorimetru poate să aibă orice valoare din intervalul: $[22{,}21\,\text{g};1002\,\text{g}]$.

2.8. ***a)*** Căldura cedată de apă $|Q_{ced}|=mc(t_1-t)$, căldura absorbită de zăpadă $Q_{zăpadă}=(1-f)m\lambda+mc(t-t_0)$, dar $|Q_{ced}|=Q_{zăpadă}$,

$$mc(t_1-t)=(1-f)m\lambda+mc(t-t_0)\Rightarrow\ f=1-\frac{c(t_1-2t+t_0)}{\lambda}=37{,}54\%.$$

b) m_1 – masa de apă; m_2 – masa de zăpadă

$$m_1c(t_1-t_0)=(1-f)m_2\lambda\Rightarrow\ \frac{m_1}{m_2}=\frac{(1-f)\lambda}{c(t_1-t_0)}=0{,}625\ \text{sau}$$

$$\frac{m_2}{m_1}=\frac{c(t_1-t_0)}{(1-f)\lambda}=1{,}6.$$

c) $\eta=\dfrac{Q_u}{Q_c}\Leftrightarrow\eta Q_c=Q_u,\ \eta m_0q=M\left[(1-f)\lambda+c(t_2-t_0)\right]\Rightarrow$

$$m_0=\frac{M\left[(1-f)\lambda+c(t_2-t_0)\right]}{\eta q}=207\,\text{g}.$$

2.9. ***a)*** – dacă volumele celor doua faze s-ar modifica, volumul total al amestecului nu ar rămâne constant;

– dacă temperatura de echilibru ar fi mai mare de 0°C, gheața ar fi topită și volumul amestecului s-ar micșora;

– dacă temperatura de echilibru ar fi mai mică de 0°C, toată apa ar îngheța și volumul total ar fi mai mare;

– dacă s-ar neglija capacitatea calorică a vasului, situația prezentată nu ar fi posibilă.

b) Căldura Q_a cedată de apă până la $t_0=0°\text{C}$ este:

$$Q_a=\frac{V}{4}\rho_ac_a(t_2-t_0)=1575\,\text{kJ}.$$

Căldura Q_g primită de gheață până la $t_0=0°\text{C}$ este:

$$Q_g=\frac{3V}{4}\rho_gc_g(t_0-t_1)=1415{,}5\,\text{kJ}.$$

Căldura primită de vas Q_{vas} este egală cu diferența dintre cele două călduri:

$$Q_a-Q_g=Q_{vas}=C_{vas}(t_0-t_1)\Rightarrow C_{vas}=7875\frac{\text{J}}{\text{K}},\ \frac{C_{vas}}{C_{apa}}=\frac{3}{20}.$$

c) În cazul în care capacitatea calorică a vasului ar fi neglijabilă, o parte din gheață s-ar topi, iar volumul amestecului ar scădea.

$Q_{vas}=m_g'\lambda_g\Rightarrow m_g'=0{,}463\,\text{kg}$, unde m_g' este masa de gheață care se topește.

Volumul de gheață se micșorează cu $0{,}5\,\ell$

Starea finală a sistemului: $V_g=37\,\ell$ și $V_{apa}=12{,}96\,\ell$.

2.10. ***a)*** $Q=mc\Delta t$.

Nr.	Nume	Substanța	Masa (kg)	t inițială (°C)	t finală (°C)	Δt (°C)	Căldura specifică (J/kg·K)	Durata τ (min)	Căldura schimbată Q (J)	Fluxul (J/s)
1	Ana	Etanol	0,36	-10	9	19	2600	12		
2	Costel	Apă	1,26	6	10	4	4180	14		
3	Geo	Soluție de Glicerină	0,63	2	12	10	2400	10		
4	Prof.	Mercur	1	-30	24	54	141	5		
5	Maria	Gheață	2,12	-4	-2	2	2090	6		

Graficul este reprezentat în figura 2.10.R.

Fluxul de căldură $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ este constant: 25 J/s.

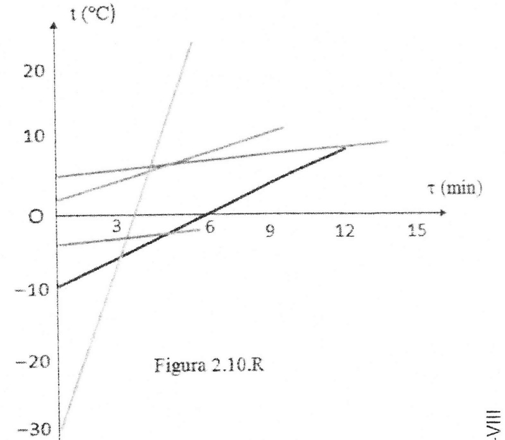


Figura 2.10.R

b) Porțiunea orizontală: gheața din zăpada umedă absoarbe căldură din mediul înconjurător, din cauza izolării imperfecte a calorimetrului, și se topește la temperatura constantă de 0° C

Porțiunea oblică: întreaga cantitate de apă se încălzește.

c) Căldura absorbită de masa ***f·m*** de gheață din zăpada umedă (cu masa totală ***m***) este: $Q_{abs.gh}=(1-f)m\lambda$.

Căldura absorbită de întreaga cantitate de apă este: $Q_{abs.apă}=mc_a(t_1-0°\text{C})$.

Fluxurile de căldură primită sunt egale: $\dfrac{Q_{abs.gh}}{\tau_1}=\dfrac{Q_{abs.apa}}{\tau_2-\tau_1}$. Rezultă:

$$f=1-\frac{\tau_1c_at_1}{\lambda(\tau_2-\tau_1)},$$

$$f=0{,}25=25\%.$$

CAPITOLUL 3

Electricitate

1. Electrocinetică
2. Electromagnetism

CAPITOLUL 3

Electricitate

I. ENUNȚURI

1. Electrocinetică

A. Probleme de nivel elementar

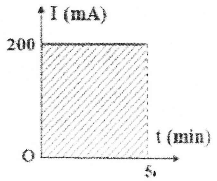
1.1. Un circuit este străbătut de un curent cu intensitatea $I = 600\,\text{mA}$ un timp $t = 5\,\text{min}$. Determină sarcina electrică transportată printr-o secțiune a circuitului.

1.2. Determină numărul de electroni ce trec printr-o secțiune a unui conductor străbătut de un curent cu intensitatea $I = 400\,\text{mA}$ un timp $t = 25\,\text{min}$. $\left(|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}\right)$

1.3. Printr-o secțiune a unui conductor este transportată o sarcină $Q = 1800\,\text{C}$ în timpul $t = 2\,\text{h}$. Determină intensitatea curentului ce străbate conductorul.

1.4. Printr-un conductor intensitatea curentului electric este $I = 200\,\text{mA}$. Calculează timpul în care prin secțiunea transversală a conductorului trec $n = 15 \cdot 10^{19}$ electroni $\left(|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}\right)$.

1.5. Intensitatea curentului printr-o porțiune de circuit depinde de timp conform graficului din figura alăturată. Precizează semnificația fizică a suprafeței hașurate și calculează valoarea acestei mărimi fizice.



1.6. Pentru transportul unei sarcini $q = 800\,\text{mC}$ între două puncte ale unui circuit lucrul mecanic efectuat este $L = 4{,}8\,\text{J}$. Calculează tensiunea electrică între cele două puncte.

1.7. Calculează lucrul mecanic efectuat pentru a deplasa sarcina electrică $q = 900\,\text{mC}$ între două puncte ale unui circuit între care tensiunea electrică este $U = 12\,\text{V}$.

1.8. Un circuit simplu este străbătut timp de 10 min. de un curent cu intensitatea electrică $I = 2\,\text{A}$. Știind că tensiunea electrică dintre cele două puncte este $U = 6\,\text{V}$, calculează lucrul mecanic efectuat.

1.9. Calculează rezistența porțiunii de circuit străbătute de curentul cu intensitatea electrică $I = 0{,}25\,\text{A}$ când la capetele căreia se aplică tensiunea $U = 4\,\text{V}$.

1.10. Rezistența electrică a unui conductor este $R = 22\,\Omega$. Calculează intensitatea curentului electric ce-l străbate atunci când la capetele lui se aplică o tensiune electrică $U = 8{,}36\,\text{V}$.

1.11. La bornele unui generator cu tensiunea electromotoare $E = 24\,\text{V}$ și rezistența interioară $r = 2\,\Omega$ se conectează un rezistor cu rezistența electrică $R = 38\,\Omega$. Calculează intensitatea curentului ce se stabilește prin circuit.

1.12. Calculează rezistența electrică a unui rezistor conectat la un generator cu t.e.m. $E = 9\,\text{V}$ și rezistența interioară $r = 2\,\Omega$, știind că intensitatea curentului ce trece prin el este $I = 0{,}2\,\text{A}$.

1.13. Un rezistor de rezistență electrică $R = 50\,\Omega$ conectat într-un circuit este străbătut de un curent electric cu intensitatea $I = 0{,}5\,\text{A}$. Calculează puterea electrică disipată pe rezistor.

1.14. Știind puterea $P = 100\,\text{W}$ disipată pe un rezistor cu rezistența $R = 25\,\Omega$, calculează intensitatea curentului electric ce-l străbate.

1.15. Energia furnizată de un generator într-un circuit simplu cu randament $\eta = 60\%$ este $W = 345{,}6\,\text{kJ}$. Calculează energia furnizată de generator circuitului exterior.

1.16. Calculează puterea maximă disipată de un generator cu t.e.m. $E = 12\,\text{V}$ și curentul de scurtcircuit $I_{sc} = 4\,\text{A}$ pe rezistorul conectat la bornele lui.

1.17. Precizează care este numărul de noduri, laturi și ochiuri pentru rețeaua electrică din figura 1.17. Reprezintă intensitatea curenților din fiecare ramură și scrie legile lui Kirchhoff.

1.18. Calculează rezistența echivalentă a rezistoarelor R_2 și R_3 din figura 1.17.

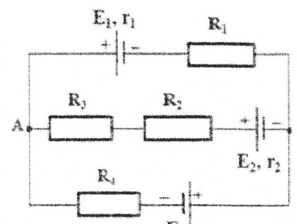


Figura 1.17

1.19. Valorile rezistențelor rezistoarelor R_1, R_2, R_3 din figura 1.19 sunt: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 3\Omega$ și $R_3 = 6\Omega$. Calculează rezistența echivalentă a celor trei rezistoare.

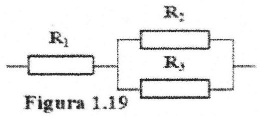


Figura 1.19

1.20. Rezistorul R_1 din figura 1.19 este străbătut de curentul de intensitate $I_1 = 0,45\,\text{A}$. Calculează intensitățile curenților ce trec prin rezistoarele R_2, respectiv R_3. (Valorile rezistențelor sunt cele din problema 1.19).

1.21. Calculează căldura disipată pe un conductor de rezistență $R = 50\Omega$, parcurs de un curent electric cu intensitatea $I = 2\text{A}$ în timpul $t = 30\,\text{min}$.

1.22. Un fierbător electric cu puterea electrică $P = 500\,\text{W}$ funcționează $t = 45\,\text{min}$. Calculează energia consumată de el și exprimă rezultatul în kWh.

1.23. Pentru iluminarea unei camere se utilizează un bec pe care scrie: $220\,\text{V}; 100\,\text{W}$. Știind că becul funcționează normal 6 ore zilnic, calculează intensitatea curentului ce trece prin el și energia consumată în 30 de zile.

1.24. Un rezistor confecționat dintr-un conductor cu rezistivitatea $\rho = 400\,\text{n}\Omega\cdot\text{m}$, lungimea $\ell = 20\,\text{m}$ și secțiunea $S = 0,5\,\text{mm}^2$ i se aplică la borne tensiunea $U = 220\,\text{V}$. Calculează puterea disipată de rezistor.

1.25. Pentru încălzirea cu $\Delta t = 40\,°\text{C}$ a unei mase $m = 5\,\text{kg}$ de apă $\left(c_{apa} = 4185\,\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}\right)$ se folosește un fierbător de putere $P = 1800\,\text{W}$ ce funcționează $t = 10\,\text{min}$. Calculează randamentul fierbătorului la încălzirea apei.

B. Probleme de nivel mediu

1.1. Pentru două circuite străbătute de curenți de intensitate constantă a fost reprezentată dependența sarcinii electrice de timp (figura 1.1). Stabilește, din analiza graficelor, prin care circuit intensitatea curentului electric a fost mai mare.

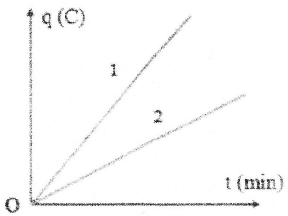


Figura 1.1

1.2. Intensitatea curentului ce străbate un conductor variază în timp conform graficului din figura 1.2. Calculează:

a) sarcina transportată prin conductor în ultimul minut;

b) intensitatea curentului la momentul $t = 1\,\text{min}$;

c) sarcina electrică totală ce străbate conductorul.

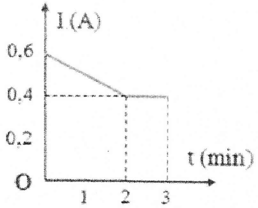


Figura 1.2

1.3. Într-un circuit intensitatea curentului se modifică în funcție de timp conform relației: $I = 8 - 0,5t\,(\text{A})$. Calculează:

a) intensitatea curentului la momentul $t_1 = 4\,\text{s}$;

b) sarcina electrică transportată prin circuit în intervalul de timp $\Delta t = t_2 - t_1$, $(t_1 = 4\text{s}; t_2 = 10\text{s})$;

c) sarcina electrică transportată în circuit până când intensitatea curentului devine nulă.

1.4. Tensiunea electrică între două puncte ale unui circuit simplu este $U = 8\,\text{V}$. Știind că printr-o secțiune a circuitului în timpul $t = 6\,\text{min}$ este transportată sarcina $q = 288\,\text{C}$, calculează rezistența porțiunii de circuit dintre cele două puncte.

1.5. Un cablu electric aerian este confecționat prin împletirea a $n = 12$ fire din aluminiu $\left(d_{Al} = 2700\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\right)$ cu raza $r = 1,5\,\text{mm}$. Lungimea cablului este $\ell = 50\,\text{m}$, iar rezistivitatea electrică a aluminiului este $\rho = 28,2\,\text{n}\Omega\cdot\text{m}$. Calculează:

a) masa pe care o are cablul;

b) rezistența electrică a cablului.

1.6. La capetele unui rezistor confecționat prin înfășurarea pe un cilindru din ceramică, având lungimea $L = 299\,\text{mm}$ și diametrul $D = 5\,\text{cm}$, a unui conductor din nichelină $(\rho = 400\,\text{n}\Omega\cdot\text{m})$ cu diametrul $d = 1\,\text{mm}$, se aplică tensiunea electrică $U = 60\,\text{V}$. Știind că între spire există un spațiu $s = 1\,\text{mm}$, iar conductorul este înfășurat într-un singur strat pe toată lungimea cilindrului, calculează:

a) numărul de spire;

b) rezistența rezistorului;

c) intensitatea curentului ce trece prin rezistor.

1.7. Un ampermetru cu $N = 50$ de diviziuni pe scală este conectat pe domeniul *0–1* A într-un circuit simplu format dintr-un generator cu t.e.m. $E = 12\text{V}$, rezistenţa interioară $r = 2\Omega$ şi un rezistor de rezistenţă $R = 13\Omega$. Determină diviziunea în dreptul căreia se opreşte acul ampermetrului la închiderea circuitului.

1.8. Un bec este construit pentru a funcţiona la tensiunea $U_0 = 6\text{V}$ şi un curent de intensitate $I_0 = 0,5\text{A}$. Becul se alimentează la tensiunea $U = 12\text{V}$. Determină valoarea rezistenţei electrice a rezistorului ce trebuie înseriat cu becul ca să funcţioneze.

1.9. La bornele unui generator cu tensiunea electromotoare $E = 12\text{V}$ şi intensitatea curentului de scurtcircuit $I_{sc} = 10\text{A}$ se conectează un rezistor cu rezistenţa electrică $R = 22,8\Omega$. Calculează intensitatea curentului ce trece prin circuit.

1.10. La bornele unui generator al cărui curent de scurtcircuit este $I_0 = 6\text{A}$ se conectează un rezistor de rezistenţă $R = 6\Omega$, astfel că prin circuitul realizat se stabileşte un curent de intensitate $I = 2\text{A}$. Determină rezis-tenţa interioară şi tensiunea electromotoare ale generatorului.

1.11. Intensitatea curentului printr-un circuit simplu este $I_1 = 1\text{A}$. Se măreşte rezistenţa circuitului cu $\Delta R = 6\Omega$, astfel că intensitatea curentului prin circuit scade cu $\Delta I = 0,25\text{A}$. Determină tensiunea electromotoare a generatorului şi rezistenţa circuitului iniţial.

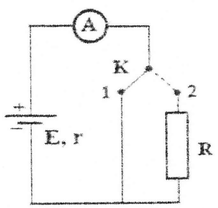


Figura 1.12

1.12. În circuitul din figura 1.12 ampermetrul ideal indică $I_1 = 4,5\text{A}$ când comutatorul este în poziţia 1 şi $I_2 = 0,3\text{A}$ când comutatorul este în poziţia 2. Ştiind că t.e.m. a generatorului este $E = 4,5\text{V}$, calculează:

a) rezistenţa interioară a generatorului;
b) rezistenţa rezistorului.

1.13. Când comutatorul K este în poziţia 1, voltmetrul indică tensiunea $U = 9\text{V}$, iar când este în poziţia 2 ampermetrul indică $I = 0,25\text{A}$ (figura 1.13). Ştiind că generatorul are rezistenţa interioară $r = 2\Omega$ şi că instrumentele de măsură sunt ideale, să se calculeze:

a) intensitatea curentului de scurtcircuit;
b) rezistenţa rezistorului;
c) tensiunea la bornele generatorului când comutatorul este în poziţia 2.

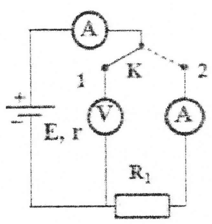


Figura 1.13

1.14. Un conductor ohmic cu lungimea $\ell = 40\text{m}$, cu masa $m = 672\text{g}$, confecţionat dintr-un material cu rezistivitatea electrică $\rho = 10^{-6}\Omega\cdot\text{m}$ şi densitatea $d = 8,4\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ este introdus într-un circuit electric. Ştiind că în timpul $t = 10\text{min}$, prin secţiunea conductorului este transportată sarcina $Q = 1200\text{C}$, determină:

a) intensitatea curentului ce trece prin conductor;
b) rezistenţa conductorului;
c) tensiunea la capetele conductorului.

1.15. În graficul din figura 1.15. este reprezentată dependenţa tensiunii de la bornele unui generator de intensitatea curentului din circuit. Determină rezistenţa exterioară a circuitului în momentul în care intensitatea curentului din circuit este $I = 3\text{A}$.

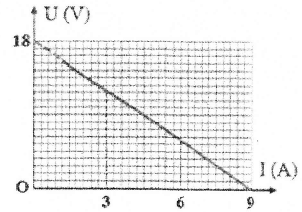


Figura 1.15

1.16. Un generator cu tensiunea electromotoare $E = 12\text{V}$ şi rezistenţa interioară $r = 2\Omega$ alimentează un rezistor. Ştiind că tensiunea la bornele rezistorului este $U = 9,6\text{V}$, determină valoarea rezistenţei rezistorului din circuit.

1.17. Intensitatea curentului printr-un circuit de rezistenţă exterioară $R_1 = 17\Omega$ este $I_1 = 0,5\text{A}$. Dacă la bornele aceluiaşi generator se conectează un circuit cu rezistenţa exterioară $R_2 = 35\Omega$, intensitatea curentului prin circuit este $I_2 = 0,25\text{A}$. Determină t.e.m. şi rezistenţa interioară ale generatorului.

1.18. Tensiunea la bornele circuitului este $U_1 = 5\text{V}$ când la bornele unui generator se conectează un rezistor cu rezistenţa electrică $R_1 = 2,5\Omega$. Când se înlocuieşte rezistorul cu altul de rezistenţă $R_2 = 11,5\Omega$, tensiunea la borne devine $U_2 = 5,75\text{V}$. Determină t.e.m. şi rezistenţa interioară ale generatorului.

1.19. La capetele unui rezistor se aplică diferite tensiuni şi se măsoară intensitatea curentului ce se stabileşte prin el. Reprezentarea grafică a dependenţei intensităţii curentului de tensiune este redată în figura 1.19. Care va fi intensitatea curentului prin rezistor când acesta se conectează la bornele unui generator cu t.e.m. $E = 22\text{V}$ şi rezistenţa interioară $r = 2\Omega$.

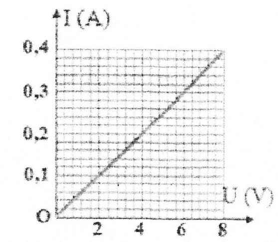


Figura 1.19

1.20. Pentru rețeaua din figura 1.20 se cunosc: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 2\Omega$, $R_5 = 5\Omega$, $r_1 = 1\Omega$, $r_3 = 2\Omega$, $E_1 = 6\,\text{V}$, $E_2 = 3\,\text{V}$, $E_3 = 9\,\text{V}$. Calculează intensitățile curenților pe fiecare ramură.

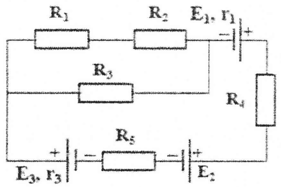


Figura 1.20

1.21. În circuitul din figura 1.21 se cunosc: $R_1 = 14\Omega$, $R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $E_1 = 15\,\text{V}$, $r_1 = 2\Omega$, $r_2 = 1\Omega$, $I_1 = 0{,}6\,\text{A}$ – intensitatea curentului prin rezistorul R_1. Determină:

a) rezistența echivalentă a celor trei rezistoare;
b) intensitatea curentului prin generatoare;
c) t.e.m. E_2.

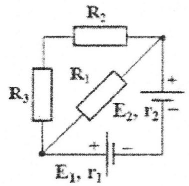


Figura 1.21

1.22. Aplică legile lui Kirchhoff rețelei din figura 1.22 pentru a afla intensitatea curentului prin fiecare ramură. Pentru această rețea se cunosc: $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, $E_1 = 4{,}5\,\text{V}$, $r_1 = 2\Omega$, $r_2 = 1\Omega$, $E_2 = 1{,}5\,\text{V}$.

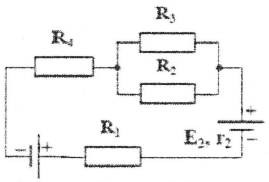


Figura 1.22

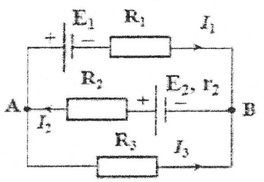


Figura 1.23

1.23. Pentru rețeaua electrică din figura 1.23 se cunosc: $E_1 = 6\,\text{V}$, $R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 6\Omega$, $R_3 = 6\Omega$, $E_2 = 15\,\text{V}$, $r_2 = 3\Omega$. Calculează intensitățile curenților din fiecare ramură.

1.24. Valorile rezistențelor rezistoarelor din circuitul reprezentat în figura 1.24 sunt: $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 3\Omega$, $R_3 = 2\Omega$, $R_4 = 6\Omega$, $R_5 = 4\Omega$. Tensiunea electromotoare a generatorului este $E = 18\,\text{V}$ iar tensiunea electrică pe rezistorul R_5 este $U_5 = 8\,\text{V}$. Determină:

a) rezistența echivalentă a circuitului exterior;
b) rezistența interioară a generatorului;
c) intensitățile curentului prin rezistoare;
d) tensiunea electrică între punctele A și B.

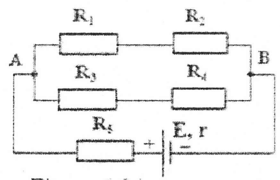


Figura 1.24

1.25. Se conectează în serie $n = 4$ generatoare identice cu t.e.m. $E = 1{,}5\,\text{V}$ și rezistența interioară $r = 0{,}5\Omega$ pentru a alimenta un bec. Știind că pierderile din interiorul sursei sunt $f = 15\%$ din energia dezvoltată de sursă, calculează:

a) tensiunea la bornele becului;
b) intensitatea curentului din circuit;
c) rezistența becului în timpul funcționării.

1.26. Un rezistor cu rezistența electrică $R = 7{,}2\Omega$ se conectează la bornele unei grupări formate din n generatoare identice, fiecare de t.e.m. $E = 1{,}5\,\text{V}$ și rezistența interioară $r = 0{,}9\Omega$. Intensitatea curentului ce se stabilește prin rezistor este $I = 1\,\text{A}$, iar randamentul circuitului este $\eta = 80\%$. Determină numărul generatoarelor și modul în care sunt grupate.

1.27. În timpul funcționării, un bec de automobil are rezistența electrică $R = 28{,}8\Omega$. Știind că tensiunea la bornele lui este $U = 12\,\text{V}$, calculează puterea disipată de bec.

1.28. O lampă de birou are un bec cu incandescență caracterizat de tensiunea nominală $U_n = 220\,\text{V}$, puterea nominală $P_n = 40\,\text{W}$ funcționează 5 ore zilnic. Calculează:

a) rezistența becului în condiții normale de funcționare;
b) energia electrică consumată de bec în 30 de zile;
c) economia de energie care se realizează în acest timp, dacă se înlocuiește becul respectiv cu unul economic care are o putere nominală $P = 18\,\text{W}$ și aceeași intensitate luminoasă.

1.29. Generatorul unei biciclete dezvoltă la o viteză constantă o putere totală $P = 3\,\text{W}$. La bornele generatorului este conectat un bec prin care trece un curent de intensitate $I = 0{,}5\,\text{A}$. Cunoscând tensiunea la bornele becului $U = 5\,\text{V}$, calculează:

a) tensiunea electromotoare a generatorului;
b) rezistența interioară a generatorului;
c) rezistența becului.

1.30. Pentru confecționarea unei plite electrice se utilizează un conductor de nichelină $\left(d = 8400\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\right)$ cu diametrul $D = 1\,\text{mm}$ și rezistivitatea electrică $\rho = 440\,\text{n}\Omega\cdot\text{m}$. Plita trebuie să dezvolte puterea $P = 2200\,\text{W}$ când este conectată la tensiunea electrică $U = 220\,\text{V}$. Calculează:

a) rezistența electrică a plitei în timpul funcționării;
b) masa de conductor necesar construirii plitei;
c) căldura dezvoltată de plită în timpul $\tau = 2\,\text{h}$;

d) randamentul termic al plitei dacă o masă $m_a = 4{,}5\,\text{kg}$ de apă $\left(c = 4200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\right)$ este încălzită de la $t_1 = 20°\text{C}$ la $t_2 = 100°\text{C}$ în timpul $\tau_1 = 15\,\text{min}$. $\left(\pi^2 = 10\right)$

1.31. La un circuit simplu se cunosc: intensitatea curentului $I = 0{,}8\,\text{A}$, rezistența totală $R_t = 30\,\Omega$ și randamentul electric $\eta = 75\%$. Determină:
a) intensitatea curentului de scurtcircuit;
b) t.e.m. a generatorului;
c) rezistența interioară a generatorului.

1.32. Cu un generator a cărui rezistență interioară este $r = 4\,\Omega$ se realizează pe rând două circuite ale căror puteri exterioare sunt egale. În primul circuit intensitatea curentului este $I_1 = 1\,\text{A}$, iar în al doilea circuit intensitatea curentului este $I_2 = 2\,\text{A}$. Determină:
a) t.e.m. a generatorului;
b) puterea exterioară pe care o dezvoltă generatorul în circuite;
c) rezistențele exterioare ale celor două circuite;
d) randamentele electrice ale celor două circuite.

1.33. Puterea dezvoltată pe circuitul exterior de un generator al cărui curent de scurtcircuit are intensitatea $I_{sc} = 3\,\text{A}$, este aceeași fie că se conectează la bornele lui rezistorul R_1, fie că se conectează rezistorul R_2. Știind că produsul rezistențelor celor două rezistoare este $R_1 R_2 = 144\,\Omega^2$, $R_1, R_2 \in N, R_1 \neq R_2$, determină:
a) t.e.m. a generatorului;
b) valorile posibile ale rezistențelor celor două rezistoare;
c) puterea maximă pe care o poate dezvolta generatorul pe circuitul exterior.

1.34. Într-o bucătărie este montat un termo instant a cărui putere nominală este $P = 3\,\text{kW}$. Calculează debitul de masă al apei $\left(c = 4200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\right)$ care trebuie să treacă prin acesta pentru a se încălzi de la temperatura $t_1 = 15°\text{C}$ la $t_2 = 40°\text{C}$. Considerăm pierderile de căldură neglijabile.

1.35. În circuitul din figura 1.35 elementele de circuit au valorile: $R_1 = 9\,\Omega$, $R_2 = 18\,\Omega$, $R_3 = 6\,\Omega$, $R_4 = 5\,\Omega$, $r = 3\,\Omega$, $E = 18\,\text{V}$. Calculează:
a) rezistența circuitului exterior;
b) intensitățile curenților prin fiecare ramură a rețelei;
c) tensiunea la bornele sursei;
d) tensiunea la bornele rezistorului R_1;
e) energia electrică consumată în timpul $t = 5\,\text{min}$ pe întregul circuit.

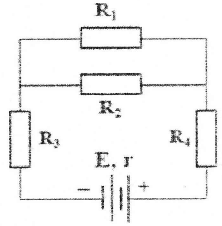


Figura 1.35

1.36. În circuitul din figura 1.36 aparatele de măsură sunt ideale, iar R_2 este un fierbător electric. Când întrerupătorul este deschis, voltmetrul V indică tensiunea $U_0 = 9\,\text{V}$. La închiderea circuitului, instrumentele de măsură indică: voltmetrul V, $U = 8\,\text{V}$; voltmetrul V_1, $U_1 = 3\,\text{V}$, ampermetrul $I = 0{,}5\,\text{A}$. Calculează:
a) rezistențele electrice ale rezistorului R_1 și fierbătorului;
b) rezistența interioară a generatorului;
c) puterea dezvoltată de fierbător;
d) masa de apă $\left(c = 4200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}\right)$ ce poate fi încălzită de fierbător în timpul $\tau = 20\,\text{min}$ cu o variație de temperatură $\Delta t = 20°\text{C}$, considerând că pierderile de căldură sunt neglijabile.

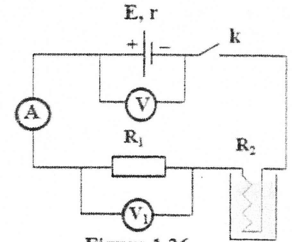


Figura 1.36

1.37. Pentru circuitul reprezentat în figura 1.37 se cunosc: $E = 12\,\text{V}$, $r = 3\,\Omega$, $R_1 = 12\,\Omega$, $R_2 = 7{,}5\,\Omega$, $R_5 = 4\,\Omega$. Când cele două întrerupătoare din circuit sunt deschise, ampermetrul indică un curent de intensitate $I_1 = 0{,}5\,\text{A}$, iar când se închid, prin ampermetru nu trece curent electric.
Să se determine:
a) valorile rezistențelor R_3 și R_4;
b) tensiunea la bornele generatorului în cele două situații;
c) puterea dezvoltată pe circuitul exterior în cele două situații;
d) randamentul circuitului în cele două situații.

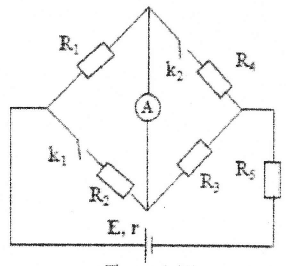


Figura 1.37

1.38. Un fierbător electric are două rezistoare. Dacă se conectează la sursă primul rezistor, apa din fierbător ajunge la fierbere într-un timp $t_1 = 15\,\text{min}$, iar dacă se conectează al doilea rezistor, apa va fierbe în $t_2 = 10\,\text{min}$. Considerând că pierderile de căldură sunt neglijabile, determină în cât timp va fierbe apa când fierbătoarele sunt conectate în paralel.

1.39. Două rezistoare cu rezistențele $R_1 = 12\,\text{k}\Omega$ respectiv $R_2 = 8\,\text{k}\Omega$ sunt legate în serie la o rețea cu tensiunea electrică $U = 18\,\text{V}$. Conectăm un voltmetru pe rând la bornele celor două rezistoare. Știind că tensiunea măsurată de voltmetru la bornele lui R_2 este $U_2 = 6\,\text{V}$, determină:
a) rezistența voltmetrului;
b) tensiunea indicată de voltmetru la bornele rezistorului R_1.

1.40. O sursă disipă în circuitul exterior aceeași putere P atât pe rezistorul R_1 prin care trece curentul $I_1 = 3\text{A}$, cât și pe rezistorul R_2 prin care trece curentul $I_2 = 1\text{A}$. Determină:

a) raportul rezistențelor celor două rezistoare;
b) intensitatea curentului pentru care puterea exterioară este maximă;
c) randamentele circuitului în cele două cazuri.

C. Probleme de performanță

1.1. Un circuit simplu este alcătuit dintr-un generator electric cu t.e.m. $E = 6\text{V}$, rezistența interioară $r = 1{,}5\Omega$, un rezistor de rezistență $R = 17{,}5\Omega$, un ampermetru ce poate măsura un curent de intensitate maximă $I_0 = 1\text{A}$ și conductoare de legătură de rezistență neglijabilă.

a) Știind că ampermetrul indică în acest circuit un curent de intensitate $I_1 = 0{,}3\text{A}$, determină rezistența ampermetrului.
b) Ce modificări trebuie făcute ampermetrului pentru a putea măsura un curent de intensitate $I = 5\text{A}$?

1.2. Prin deplasarea contactului mobil C între punctele A și B se modifică valorile indicate de aparatele de măsură (vezi figura 1.2.a).

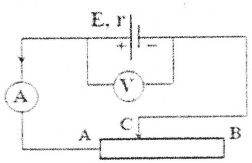


Figura 1.2.a

Reprezentând grafic dependența tensiunii de la bornele generatorului de intensitatea curentului din circuit s-a obținut graficul alăturat (vezi figura 1.2.b).
Să se determine:

a) t.e.m. a generatorului și rezistența lui internă;
b) puterea dezvoltată pe rezistor și randamentul circuitului în momentul în care ampermetrul indică intensitatea $I_0 = 3\text{A}$;
c) rezistența aflată în circuit în momentul în care ampermetrul indică intensitatea $I_1 = 4\text{A}$.

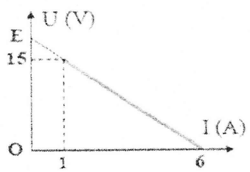


Figura 1.2.b

1.3. O sursă cu tensiunea electromotoare $E = 20\text{V}$ furnizează puterea P cu un randament $\eta_1 = 1/3$ unui circuit cu rezistența exterioară R_1. Sursa furnizează aceeași putere unui alt circuit cu rezistența exterioară $R_2 = 4\Omega$. Determină:

a) rezistența interioară a sursei;
b) rezistența electrică R_1 a primului circuit;
c) puterea electrică furnizată fiecărui circuit și puterea maximă pe care o poate da sursa circuitului exterior.

1.4. La bornele unui generator cu t.e.m. constantă $E = 24\text{V}$ și rezistența interioară r se conectează pe rând trei rezistoare R_1, R_2 și R_3. Când se conectează rezistorul R_1, randamentul circuitului este $\eta_1 = 1/3$, când se conectează rezistorul R_2, puterea dezvoltată pe acesta este egală cu puterea care se dezvoltă pe R_1, iar când se conectează rezistorul al treilea de rezistență $R_3 = 4\Omega$, intensitatea curentului prin circuit este jumătate din intensitatea curentului de scurtcircuit al sursei.

A. Calculează:
a) rezistența internă a generatorului;
b) intensitatea curentului ce trece prin fiecare rezistor conectat singur la sursă;
c) rezistența rezistoarelor R_1 și R_2;
d) puterile dezvoltate pe cele trei rezistoare;

B. Admițând că pe rezistoarele R_2 și R_3 puterile maxime admisibile sunt cele calculate la punctul anterior, calculați ce tensiune maximă poate fi aplicată celor două rezistoare conectate: 1) în serie; 2) în paralel.

1.5. Într-un circuit simplu, generatorul are t.e.m. $E = 32\text{V}$ și tensiunea la borne $U = 30\text{V}$. Rezistorul din circuit este confecționat dintr-un fir cu secțiunea $S = 2\text{mm}^2$, rezistivitatea $\rho = 1000\,\text{n}\Omega\cdot\text{m}$ și puterea electrică $P = 12\text{W}$.
Calculează:
a) intensitatea curentului din circuit;
b) timpul în care printr-o secțiune a circuitului este transportată sarcina electrică $Q = 192\text{C}$;
c) rezistența interioară a generatorului;
d) lungimea firului din care este confecționat rezistorul;
e) energia consumată de rezistor în $t_1 = 10\,\text{min}$;
f) randamentul circuitului.

1.6. În circuitul reprezentat în figura 1.6 se cunosc: $R_1 = R_3 = 3\Omega$, $R_2 = R_4 = 6\Omega$, $U_{AB} = 2\text{V}$, $P_3 = 12\text{W}$ – puterea disipată pe rezistorul R_3.
Determină:
a) intensitatea curentului prin fiecare rezistor;
b) tensiunile electromotoare ale generatoarelor;
c) puterea furnizată de generatorul E_2 circuitului.
Rezistențele interioare ale generatoarelor sunt neglijabile.

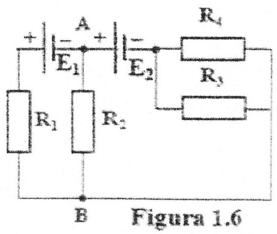


Figura 1.6

1.7. Se consideră circuitul electric din figura 1.7, în care generatoarele au t.e.m. $E_1 = E_3 = 9\,\text{V}$, $E_2 = 4{,}5\,\text{V}$, rezistenţele interioare $r_1 = r_2 = r_3 = 1\,\Omega$, iar rezistorul are rezistenţa $R = 100\,\Omega$. Determină:

a) intensitatea curentului prin fiecare ramură a circuitului;

b) tensiunea electrică dintre punctele A şi B;

c) puterea disipată în rezistorul R şi puterea totală furnizată de generatoare.

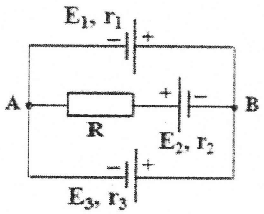


Figura 1.7

1.8. Se grupează în serie, $n = 10$ generatoare identice cu t.e.m. $E = 3{,}1\,\text{V}$ şi rezistenţa interioară $r = 0{,}4\,\Omega$, pentru a alimenta două becuri de puteri nominale $P_1 = 6\,\text{W}$, respectiv $P_2 = 21\,\text{W}$ care au aceeaşi tensiune nominală $U_0 = 12\,\text{V}$.

a) Care sunt parametrii (E_s, r_s) ai generatorului care poate înlocui gruparea de generatoare?

b) Care este rezistenţa unui rezistor ce trebuie introdus în circuit pentru a asigura funcţionarea normală a becurilor conectate: 1) în paralel; 2) în serie?

1.9. Două becuri cu puterile $P_1 = 40\,\text{W}$, respectiv $P_2 = 60\,\text{W}$ funcţionează normal la tensiunea $U_0 = 110\,\text{V}$.

a) Calculează rezistenţele electrice şi intensităţile curenţilor prin filamente în regim de funcţionare normală (adică la U_0).

b) Care este puterea disipată pe fiecare bec când ele se leagă în serie şi se alimentează la tensiunea $U = 220\,\text{V}$? (Consideră că rezistenţa becurilor este cea de la punctul *a)*).

c) Stabileşte valoarea rezistenţei care trebuie legată în paralel cu unul din becuri pentru a se asigura funcţionarea normală a becurilor legate în serie la tensiunea $U = 220\,\text{V}$.

d) Care este randamentul circuitului, definit ca raport între puterea consumată de becuri şi puterea totală absorbită de la sursă, în cazul montajului de la punctul *c)*.

1.10. Se realizează două baterii folosind generatoare identice cu t.e.m. $E = 2\,\text{V}$ şi rezistenţa interioară $r = 0{,}2\,\Omega$. Prima baterie este formată din $n_1 = 8$ generatoare legate în serie, iar a doua din $n_2 = 5$ generatoare legate în serie. La bornele bateriilor legate în paralel se conectează un rezistor R de rezistenţă variabilă (figura 1.10). Calculează:

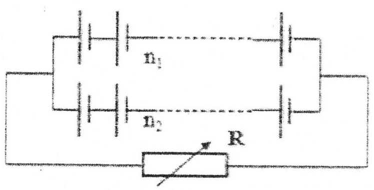


Figura 1.10

a) curenţii I_1 şi I_2 prin cele două baterii şi curentul I printr-un rezistor a cărui rezistenţă aflată în circuit este $R = 4\,\Omega$;

b) valoarea rezistenţei pe care trebuie să o aibă rezistorul în circuit, pentru care curentul I_2 devine nul;

c) valoarea rezistenţei aflate în circuit pentru care puterea disipată de aceasta este maximă şi maximul acestei puteri.

1.11. Dintr-un fir metalic omogen cu rezistenţa $R = 8\,\Omega$ se confecţionează un inel cuplat într-un circuit ce cuprinde o sursă cu t.e.m. E şi rezistenţa internă r, două întrerupătoare k_1 şi k_2, un ampermetru şi un voltmetru (ideale) conectate ca în figura 1.11. Pe inel alunecă cursorul (contact mobil) C. Dacă cursorul C se află în punctul A, iar întrerupătorul k_1 este închis şi k_2 deschis, ampermetrul indică 20 A. Păstrând cursorul în punctul A, se deschide întrerupătorul k_1 şi se închide k_2, voltmetrul indicând în acest caz $10\,\text{V}$. Se deplasează cursorul din punctul A şi se închid ambele întrerupătoare.

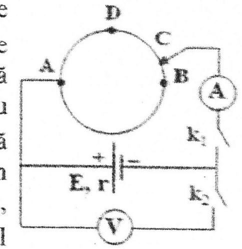


Figura 1.11

a) Ce indicaţii vor prezenta instrumentele de măsură când cursorul se va afla în punctul B, diametral opus lui A, şi în punctul D, aflat la mijlocul arcului AB?

b) Pentru o anumită poziţie a cursorului pe inel, randamentul circuitului este maxim. Calculaţi acest randament şi puterea disipată în circuitul exterior în acest caz.

c) Deplasând rapid cursorul din B în D şi lăsându-l în această poziţie un interval de timp t, calculaţi raportul variaţiilor de temperatură ale porţiunilor de arc AD şi ABD.

O.N.F. Breaza – 1999

Prof. Nichita Emanuel – Bucureşti; prof. Trocaru Sorin – Buzău

1.12. Un copil foloseşte „dinamul" unei biciclete pentru a alimenta un rezistor cu rezistenţa $R = 4\,\Omega$. În acest scop, el sprijină bicicleta pe un suport astfel încât roţile să nu atingă solul şi imprimă roţii la care este cuplat „dinamul" o mişcare de rotaţie (apoi lasă roata liberă). Datorită frecărilor, turaţia roţii se micşorează, astfel încât se poate considera că tensiunea electromotoare a generatorului scade treptat conform graficului din figura 1.12. Rezistenţa interioară a „dinamului" este $r = 1\,\Omega$.

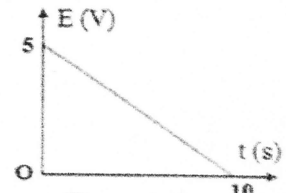


Figura 1.12

a) Găsiţi expresia intensităţii curentului prin circuit în funcţie de timp.

b) Calculați numărul de electroni ce trec printr-o secțiune transversală a conductorilor în intervalul de timp [1s; 3s].

c) Este suficientă energia disipată pe R în intervalul [0 s; 10 s] pentru a topi un cub de gheață cu latura $\ell = 1\,\text{cm}$? Consideră că temperatura cubului este 0°C. Justifică răspunsul. Se cunosc: căldura latentă specifică de topire a gheții $\lambda = 330\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ și densitatea gheții $\rho = 900\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

O.N.F. Sibiu – 2000

Prof. Dorel Haralamb – Piatra Neamț, Prof. Măceșanu Florin – Alexandria

1.13. Două fierbătoare electrice care funcționează normal, la aceeași tensiune $U = 110\,\text{V}$ fiecare, au puterile $P_1 = 121\,\text{W}$, respectiv $P_2 = 242\,\text{W}$. Fierbătoarele sunt conectate în serie și apoi în paralel la o sursă de curent continuu, având tensiunea electromotoare $E = 253\,\text{V}$ și rezistența interioară $r = 4{,}5\,\Omega$. Rezistența totală a conductoarelor de legătură este $R_c = 0{,}5\,\Omega$.

a) Calculează valorile rezistenței electrice a fierbătoarelor și curenții care le străbat la funcționare normală. Reprezintă schema electrică a circuitelor adecvate pentru care fierbătoarele funcționează în aceste condiții și calculează valorile rezistențelor suplimentare care trebuie introduse în circuit.

b) Conectate în serie și apoi în paralel, fierbătoarele sunt cufundate în apa care curge printr-o conductă. Știind că randamentele de încălzire a apei sunt $\eta_1 = 50\%$, respectiv $\eta_2 = 60\%$, calculează volumul de apă care curge prin conductă în unitatea de timp, pentru fiecare caz în parte, știind că, pentru apa care trece pe lângă fierbătoare, variația de temperatură măsurată este $\Delta T = 0{,}5\,\text{K}$. Se consideră cunoscute: $c_{apa} = 4180\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, $\rho_{apa} = 1000\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

c) Se introduce în serie cu fierbătoarele, conectate în paralel, un reostat cu cursor. Stabilește ce valoare trebuie să aibă rezistența la care se poziționează cursorul reostatului și care trebuie să fie t.e.m. a unei surse, având aceeași rezistență interioară $r = 4{,}5\,\Omega$, pentru ca puterea transferată de sursă pe cele două fierbătoare să fie maximă, în condițiile normale de lucru impuse prin enunțul problemei.

O.N.F. 2001

Conf. univ. dr. fiz. Mihai F. Ralea, prof. Victor Stoica, prof. Emil Gheorghe

1.14. Într-un calorimetru se află un amestec format din apă (cu masa m_a) și gheață (cu masa m_g) în echilibru termic. Calorimetrul este prevăzut cu un încălzitor electric și un termometru. Încălzitorul electric este cuplat la un generator care furnizează o putere electrică $P = 100\,\text{W}$, randamentul termic fiind $\eta = 80\%$. Înregistrând evoluția în timp a temperaturii amestecului, se obține diagrama din figura 1.14. $(t_1 = 170\,\text{s},\ t_2 = 800\,\text{s},\ \theta_m = 40\,°\text{C})$.

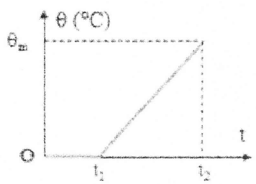


Figura 1.14

a) Calculează masa inițială de gheață m_g.

b) Calculează masa inițială de apă m_a.

c) În momentul t_2, se întrerupe alimentarea cu energie electrică a încălzitorului și se introduce în calorimetru o cantitate de gheață cu masa $m_g' = 200\,\text{g}$ și temperatura $\theta_0 = 0\,°\text{C}$. Calculează temperatura de echilibru a amestecului din calorimetru.

Se cunosc: căldura specifică a apei, $c_{apa} = 4200\,\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; căldura latentă specifică de topire a gheții, $\lambda = 340\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$. Se neglijează transferul de căldură prin pereții calorimetrului, capacitatea calorică a calorimetrului, a termometrului și a încălzitorului.

O.N.F. 2002

Probleme selectate și adaptate de prof. Stelian Ursu – MEN, prof. Dorel Haralamb – Piatra Neamț

1.15. Un grup de elevi realizează dispozitivul experimental reprezentat schematic în figura 1.15. Generatorul electric are tensiunea electromotoare E, resortul de constantă elastică k închide circuitul, iar reostatul are rezistența electrică maximă R. Cursorul legat solidar de capătul resortului poate aluneca fără frecare, fiind în contact electric permanent cu reostatul.

Dispozitivul este așezat în plan vertical. Se măsoară intensitatea curentului electric în condiții de echilibru mecanic în patru situații:

- $I_0 = 1{,}0\,\text{A}$ în absența corpului de masă m, când cursorul C se află la capătul M al reostatului;
- I_1, când se suspendă de resort un corp omogen cu densitatea $\rho = 12\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$;
- $I_2 = 5{,}0\,\text{A}$, când se suspendă de resort același corp, dar acoperit cu un strat omogen de gheață având densitatea $\rho_g = 0{,}9\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ și temperatura $t_0 = 0°\text{C}$;
- aceeași valoare I_1, când corpul acoperit de gheață rămâne suspendat de resort și este scufundat complet în alcool cu densitatea $\rho_{alc} = 0{,}8\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ și temperatura $t_0 = 0°\text{C}$, fără ca gheața să se topească.

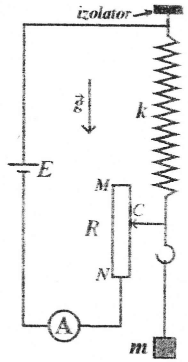


Figura 1.15

Consideră că influența curentului electric asupra deformării resortului este neglijabilă. Determină:

a) valoarea raportului dintre masa de gheață depusă pe corp și masa corpului;

b) valoarea intensității I_1.

c) După topirea gheții în volumul de alcool $V_{alc} = 100\,\text{cm}^3$, amestecul apă-alcool obținut, aflat la temperatura $t_0 = 0°\text{C}$, are densitatea $\rho_1 = 0{,}9\cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Densitatea apei este $\rho_a = 1{,}0\cdot 10^3\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, iar căldura latentă specifică de topire a gheții este $\lambda_t = 3{,}3\cdot 10^5\ \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Determină căldura absorbită de gheață în timpul topirii.

Subiect propus la ONF 2010 de:
prof. Sorin Trocaru, Ministerul Educației Naționale – București;
prof. Florin Măceșanu, Școala „Ștefan cel Mare" – Alexandria;
prof. Liviu Blanariu, Centrul Național de Evaluare și Examinare – București.

1.16. **A.** Rezultatele obținute la studiul unui circuit electric simplu alimentat de un generator ce are caracteristicile *E, r* au fost reprezentate într-o diagramă prin două grafice liniare ale dependenței $U = f(I)$, unde U este tensiunea la bornele circuitului, iar I este intensitatea curentului prin circuit. Dintr-o

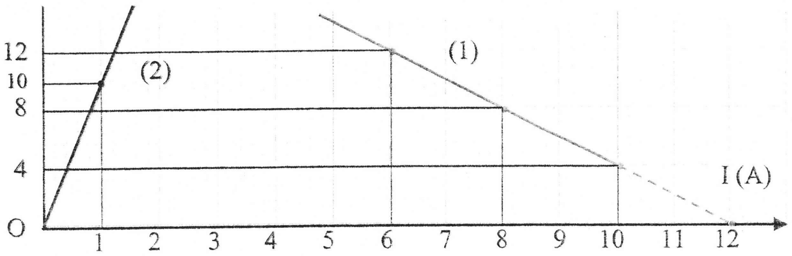


Figura 1.16A

neglijență gravă, partea superioară a hârtiei milimetrice s-a rupt (vezi figura 1.16A). Folosind partea rămasă, reconstruiește graficele, determină ***E***, ***R***, ***r*** și explică semnificația fizică a punctului de intersecție a dreptelor (1) și (2).

B. Un fir metalic conductor cu diametrul $d = 1\,\text{mm}$, confecționat dintr-un material cu rezistivitatea $\rho = 4\cdot 10^{-7}\,\Omega\cdot\text{m}$, se înfășoară pe un cilindru de porțelan cu diametrul $D = 79\,\text{mm}$ și lungimea $L = 55\,\text{cm}$. Cele $n = 500$ spire separate între ele, astfel încât să nu se atingă, formează un singur strat și se distribuie pe întreaga lungime L. Rezistorul astfel obținut se conectează la un generator având tensiunea electromotoare $E = 18\,\text{V}$ și intensitatea curentului de scurtcircuit $I_{sc} = 0{,}5\,\text{A}$. Pe rezistor alunecă două contacte metalice M și N cu vitezele constante $v_1 = 2{,}5\dfrac{\text{mm}}{\text{s}}$, respectiv $v_2 = 3\dfrac{\text{mm}}{\text{s}}$, ca în figura 1.16.B.

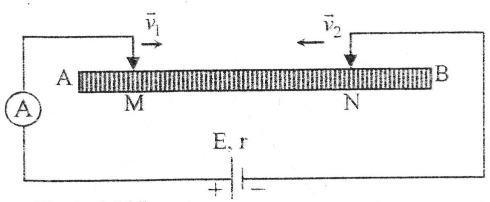


Figura 1.16.B

Considerând că ele pornesc simultan de la capetele A și B ale rezistorului și sunt în contact permanent cu acesta, calculează:

a) rezistența electrică a rezistorului (*AB*), precum și dependența rezistenței electrice R_x, din circuitul exterior, în funcție de timpul t de mișcare al contactelor până la întâlnirea lor;

b) valoarea minimă și valoarea maximă a intensității curentului indicate de ampermetrul din circuit și momentele de timp la care se ating aceste valori.

Subiect propus la ONF 2011 de:
Prof. Constantin Rus – Colegiul Național „Liviu Rebreanu", Bistrița
Prof. Florin Măceșanu – Școala cu clasele I-VIII „Ștefan cel Mare", Alexandria

1.17. **A.** Un elev face următorul experiment pentru a determina randamentul luminos al unui bec cu incandescență (raportul dintre energia luminii emise și energia totală emisă de bec). Elevul introduce becul într-un vas cu apă cu pereții transparenți, și constată că într-un interval de timp temperatura apei a crescut cu $\Delta\theta$. După ce a învelit vasul cu hârtie neagră, constată că în același interval de timp temperatura apei a crescut cu $\Delta\theta'$. Care este randamentul becului? Aplicație numerică:

$\Delta\theta = 19°C,\ \Delta\theta' = 20°C$

B. În figura 1.17.B. este prezentată o rețea electrică de forma unei pânze de păianjen. Laturile au rezistența electrică R, iar laturile $OA_2, OA_3, OA_4, \ldots, OA_{2010}, OA_{2011}$ au rezistența electrică $2R$. Calculează rezistența echivalentă între bornele 0 și A_{2012}.

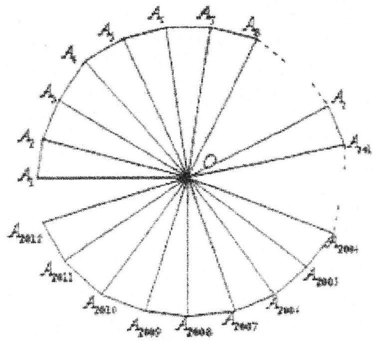


Figura 1.17.B

C. O instalație de iluminat ornamental dintr-un magazin de jucării are forma unui contur piramidal (figura 1.17.C.). Fiecare latură a conturului are rezistența electrică R.

a) Determinați rezistența echivalentă între bornele A și C.

b) Analizați intensitățile curenților electrici ce trec prin laturile conturului piramidal în condițiile punctului ***a)*** și determinați raportul dintre intensitatea maximă și intensitatea minimă.

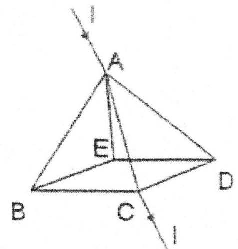


Figura 1.17.C

Subiect propus la ONF 2012 de:
Prof. Corina Dobrescu, Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu", București;
Prof. Sorin Valerian Chirilă, Colegiul Economic „Dionisie Pop Marțian", Alba Iulia;
Prof. Viorel Solschi, Colegiul Național „Mihai Eminescu", Satu Mare.

1.18. În circuitul din figura 1.18 se deplasează contactul mobil C între punctele A şi B ale rezistorului R. Graficul variaţiei tensiunii indicate de voltmetru în funcţie de intensitatea curentului din circuit este cel din figura 1.18. Voltmetrul este ideal, iar ampermetrul are rezistenţa $R_A = 0,9\Omega$. Calculează:

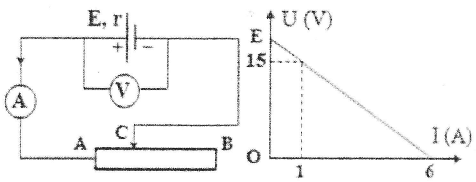


Figura 1.18

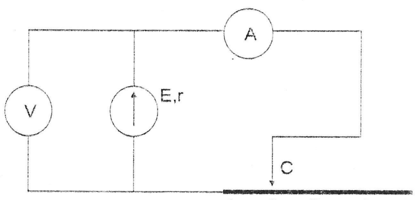
a) t.e.m. E a generatorului, rezistenţa lui internă şi rezistenţa maximă R a rezistorului din circuit;

b) puterea dezvoltată pe rezistor şi randamentul circuitului în momentul în care ampermetrul indică intensitatea $I_0 = 3\,A$;

c) ce modificări trebuie aduse ampermetrului pentru a putea măsura un curent de intensitate $I = 18\,A$? Intensitatea maximă pe care o putea măsura ampermetrul fără modificări era $I_{max} = 6\,A$. Ce valoare are rezistenţa ampermetrului după modificare?

Subiecte propuse la Concursul Naţional de Fizică „Evrika!", etapa naţională 2009, de:
prof. Constantin Rus, Colegiul Naţional „Liviu Rebreanu", Bistriţa
prof. Florin Măceşanu, Şcoala „Ştefan cel Mare", Alexandria

1.19. În circuitul electric din figura alăturată ampermetrul şi voltmetrul sunt ideale. Conductorul AF de rezistenţă electrică $R = 8\Omega$ este împărţit în segmente egale: AB, BD, DE, EF. Un cursor C alunecă pe conductor. Când cursorul ocupă poziţiile D şi E, ampermetrul indică valorile $I_D = 4\,A$, respectiv $I_E = 3\,A$.



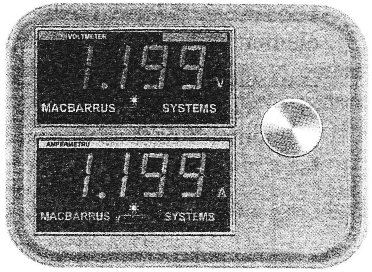
a) Calculează intensitatea curentului electric când cursorul se află în punctul B şi tensiunea electromotoare a sursei.

b) Ce indică ampermetrul şi voltmetrul în momentul în care cursorul se află în punctul A?

c) Reprezintă grafic intensitatea curentului electric în funcţie de poziţia cursorului, dacă punctul A se alege în originea axelor de coordonate.

Subiect propus la Concursul Naţional de Fizică „Evrika!", etapa naţională 2012, de:
Prof. Viorel Popescu – Colegiul Naţional „Ion C. Brătianu", Piteşti
Prof. Viorel Solschi – Colegiul Naţional „Mihai Eminescu", Satu Mare

1.20. Cristina şi Ion au primit spre analizare în laboratorul de electricitate două cutii, în care se află montaje electrice. Pe capacul fiecărei cutii se află un voltmetru, un ampermetru şi un buton similar celui folosit pentru reglajul volumului la aparatele de radio. La Ion se află în plus un mic geam mat. Elevii au observat că, dacă rotesc butonul, instrumentele de măsură indică diferite valori pentru intensitatea curentului şi pentru tensiune. Sarcina elevilor este de a determina schema electrică şi unele valori numerice concrete ale elementelor din fiecare cutie fără să desfacă cutiile, ci doar analizând valorile măsurate cu cele două instrumente (aceste cutii sunt numite generic „cutii negre"). Pentru prima cutie, Cristina a înregistrat datele din ***Tabelul 1***.



Tabelul 1

U (V)	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75
I (A)	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20	0,15

a) Utilizând aceste date, desenează schema electrică a montajului din cutia Cristinei, scrie expresia matematică a intensităţii curentului electric în funcţie de tensiunea electrică şi reprezintă grafic această dependenţă $I = f(U)$. Din analiza acestui grafic (denumit şi „dreapta de sarcină"), determină rezistenţa internă a sursei din cutie şi tensiunea electromotoare.

b) Cutia lui Ion cuprinde, în afară de elementele de circuit din cutia Cristinei, un element **X** necunoscut; datele culese sunt cele din ***Tabelul 2***.

Tabelul 2

U (V)	0,00	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
I (A)	0,000	0,090	0,170	0,230	0,290	0,330	0,370	0,400
U (V)	2,00	2,25	2,50	2,75	3,00	3,25	3,50	3,75
I (A)	0,427	0,450	0,462	0,471	0,477	0,481	0,484	0,484

S-a mai observat că, la un moment dat, din spatele micului geam mat a început să se vadă o lumină, a cărei intensitate creşte cu creşterea tensiunii. Folosind aceste date şi fişa lui Ion, reprezintă grafic intensitatea curentului electric în funcţie de tensiunea electrică $I = f(U)$.



Desenează schema electrică a montajului din cutia neagră. Caracterizează elementul **X** de circuit descris de această caracteristică $I = f(U)$ (numită și „caracteristica volt–amperică" a elementului).

c) Determină tensiunea și intensitatea curentului la care va funcționa elementul **X** dacă se va conecta doar el la bornele sursei de tensiune din cutie (se spune că aceste valori determină „punctul de funcționare" al circuitului).

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika!", etapa națională 2013, de:
Prof. Ion Băraru, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân" – Constanța
Prof. Florin Măceșanu, Școala Gimnazială „Ștefan cel Mare" – Alexandria
Prof. Constantin Rus, Colegiul Național „Liviu Rebreanu" – Bistrița

2. Electromagnetism

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Precizează cum interacționează doi magneți.

1.2. Precizează mărimile fizice de care depinde modulul forței electromagnetice.

1.3. Explică modul în care interacționează două conductoare paralele parcurse de curentul electric.

1.4. În ce caz asupra unui conductor parcurs de curent electric aflat în câmp magnetic nu se exercită forța electromagnetică?

1.5. Care este principiul de funcționare al motorului electric? Identifică dezavantajul major al motorului rotativ.

1.6. Prezintă un experiment de punere în evidență a fenomenului de inducție electromagnetică.

1.7. Care este numele fizicianului care a descoperit fenomenul de inducție electromagnetică?

1.8. Care este cauza apariției curentului electric indus într-un circuit închis?

1.9. Ce aplicații are interacțiunea dintre un câmp magnetic și un curent electric?

1.10. Precizează fenomenul fizic pe baza căruia funcționează alternatorul.

B. Probleme de nivel mediu

1.1. Conductoarele din figura 1 așezate în plan orizontal sunt parcurse de curent electric și se află în câmp magnetic. Stabilește pentru fiecare caz în parte sensul forței electromagnetice.

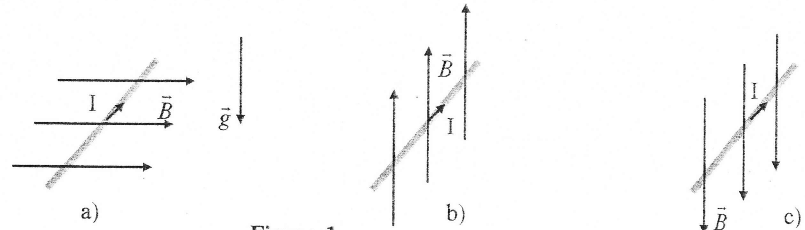


Figura 1

1.2. Stabilește care este sensul curentului prin conductoarele așezate în plan orizontal, perpendicular pe liniile de câmp magnetic, pentru ca sensul forței electromagnetice să fie cel indicat în figura 2.

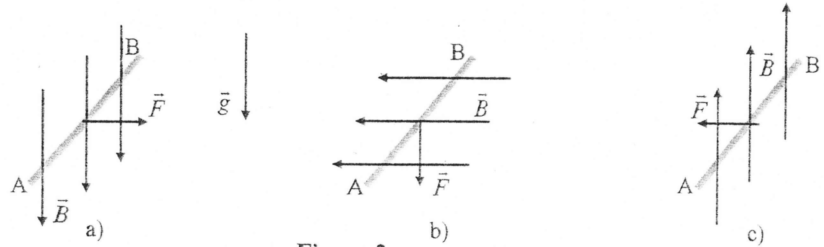


Figura 2

1.3. Exprimă unitatea de măsură pentru inducția magnetică cu ajutorul unităților de măsură fundamentale din S.I.

1.4. Un conductor parcurs de un curent de intensitate $I = 200\,\text{mA}$ are într-un câmp magnetic de inducție $B = 100\,\text{mT}$ o porțiune de lungime $\ell = 15\,\text{cm}$. Calculează forța electromagnetică exercitată asupra conductorului așezat perpendicular pe liniile de câmp magnetic.

1.5. Asupra unui conductor aflat într-un câmp magnetic de inducție magnetică $B = 0{,}6\,\text{T}$, perpendicular pe liniile de câmp, se exercită o forță $F = 540\,\text{mN}$. Știind că lungimea conductorului aflat în câmp magnetic este $\ell = 30\,\text{cm}$, determină intensitatea curentului electric ce parcurge conductorul.

1.6. Capetele unui conductor AB cu lungimea $\ell = 40\,\text{cm}$ sunt suspendate de două resorturi elastice conductoare, într-un câmp de inducție magnetică $B = 0{,}5\,\text{T}$, perpendicular pe liniile de câmp. Știind că, dacă prin conductor nu trece curent

electric, fiecare resort de constantă elastică $k = 10\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$ se alungeşte cu $\Delta\ell = 1\,\text{cm}$, determină mărimea şi sensul curentului care trebuie să parcurgă conductorul pentru ca resorturile să nu fie deformate.

1.7. O spiră circulară cu raza $r = 10\,\text{cm}$ se roteşte într-un câmp magnetic uniform cu inducţia magnetică $B = 250\,\text{mT}$. Calculează fluxul maxim care străbate suprafaţa spirei.

1.8. Calculează t.e.m. indusă într-un conductor rectiliniu de lungime $\ell = 30\,\text{cm}$ care se deplasează cu viteza $v = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, perpendicular pe liniile unui câmp magnetic de inducţie magnetică $B = 1\,\text{T}$.

1.9. Asupra unui conductor aşezat perpendicular pe liniile unui câmp magnetic cu inducţia magnetică $B = 400\,\text{mT}$ se exercită o forţă $F = 1{,}6\,\text{N}$. Ştiind lungimea $\ell = 20\,\text{cm}$ a conductorului în câmpul magnetic, determină intensitatea curentului ce-l străbate.

1.10. Un electromagnet produce un câmp magnetic de inducţie magnetică $B = 0{,}8\,\text{T}$ într-o regiune cilindrică de rază $r = 5\,\text{cm}$, situată între polii săi. Un conductor trece prin axa cilindrului, perpendicular pe ea. Ştiind intensitatea curentului electric $I = 15\,\text{A}$ ce străbate conductorul, calculează forţa electromagnetică ce acţionează asupra lui.

1.11. O tijă orizontală cu lungimea $\ell = 25\,\text{cm}$ este suspendată sub platanul unei balanţe cu braţe egale, într-un câmp magnetic uniform, ale cărui linii de câmp sunt orizontale şi perpendiculare pe conductor. Dacă prin tijă nu trece curent electric, balanţa este echilibrată cu o greutate $G_1 = 0{,}2\,\text{N}$, iar dacă prin aceasta trece un curent electric cu intensitatea $I = 6\,\text{A}$, balanţa este echilibrată cu o greutate $G_2 = 0{,}14\,\text{N}$. Determină sensul forţei electromagnetice exercitate asupra tijei şi valoarea inducţiei magnetice a câmpului magnetic.

1.12. O bară conductoare cu masa $m = 100\,\text{g}$ este suspendată în plan orizontal, prin intermediul a două dinamometre identice, într-un câmp magnetic de inducţie $B = 2\,\text{T}$, perpendicular pe liniile de câmp, astfel că lungimea barei în câmpul magnetic este $\ell = 15\,\text{cm}$. Ştiind că fiecare dinamometru indică o forţă $F' = 2\,\text{N}$, determină intensitatea curentului prin bară şi orientarea forţei electromagnetice.

1.13. Exprimă unitatea de măsură pentru fluxul magnetic cu ajutorul unităţilor de măsură fundamentale din S.I.

1.14. O bobină cadru de formă pătratică, cu latura $\ell = 10\,\text{cm}$, având $N = 20$ spire, se roteşte uniform într-un câmp de inducţie magnetică $B = 150\,\text{mT}$, orientat perpendicular pe axa de rotaţie. Determină fluxul magnetic minim şi maxim ce străbate suprafaţa bobinei.

1.15. Pe o suprafaţă orizontală se deplasează cu viteza constantă $v = 6\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ un conductor metalic de lungime $\ell = 1\,\text{m}$ într-un câmp magnetic uniform de inducţie magnetică $B = 300\,\text{mT}$. Ştiind că liniile câmpului magnetic sunt perpendiculare pe direcţia vitezei, să se determine t.e.m. care se induce în conductor.

C. Probleme de performanţă

1.1. Dintr-un conductor metalic se confecţionează un cadru dreptunghiular cu dimensiunile $L = 8\,\text{cm}$, respectiv $\ell = 6\,\text{cm}$ şi se aşază paralel cu liniile unui câmp magnetic uniform de inducţie magnetică $B = 400\,\text{mT}$.

a) Dacă prin cadru trece un curent electric cu intensitatea $I = 15\,\text{A}$, calculează momentul cuplului de forţe care acţionează asupra lui.

b) Care este momentul cuplului de forţe maxim care poate fi obţinut prin remodelarea cadrului, parcurs de acelaşi curent în acelaşi câmp magnetic?

1.2. O mină de creion AB cu rezistivitatea $\rho = 390\,\text{n}\Omega\cdot\text{m}$, diametrul $d = 0{,}7\,\text{mm}$ şi lungimea $\ell = 6\,\text{cm}$ este aşezată pe două conductoare, perpendicular pe liniile unui câmp magnetic cu inducţia magnetică $B = 200\,\text{mT}$. Mina de creion face parte dintr-un circuit ce mai conţine un generator cu t.e.m. $E = 4{,}5\,\text{V}$, rezistenţa interioară $r = 1{,}4\,\Omega$ şi un rezistor cu rezistenţa $R = 2{,}5\,\Omega$ (figura 1). Lungimea minei aflate în câmp magnetic este $\ell' = 4\,\text{cm}$, iar conductoarele pe care aceasta este aşezată au rezistenţa $R_c = 540\,\text{m}\Omega$. Determină:

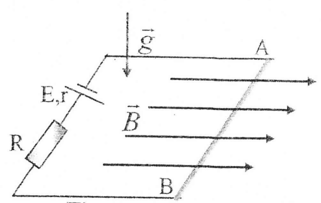


Figura 1

a) intensitatea curentului din circuit;

b) sensul forţei electromagnetice ce acţionează asupra minei;

c) modulul forţei electromagnetice.

1.3. În dispozitivul reprezentat în figura 2, AB şi CD sunt două bare conductoare de rezistenţă neglijabilă, iar conductorul

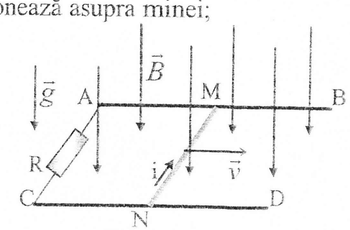


Figura 2

MN de rezistență $r = 0{,}1\Omega$, $\ell = 15\text{cm}$ și lungime $\ell = 1\text{m}$, alunecă fără frecare pe cele două bare cu viteza $v = 10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Rezistorul care închide circuitul are rezistența $R = 0{,}1\Omega$. Dispozitivul se află într-un câmp de inducție magnetică $B = 0{,}6\text{T}$, perpendicular pe planul circuitului orientat în sensul accelerației gravitaționale. Determină:

a) t.e.m. indusă în circuit și intensitatea curentului prin acesta;

b) modulul și orientarea forței exercitate asupra conductorului *MN*;

c) puterea mecanică necesară deplasării conductorului cu viteza *v*;

d) puterea electrică disipată în conductorul *MN* și în întregul circuit prin efect Joule.

CAPITOLUL 3

Electricitate

II. REZOLVĂRI

1. Electrocinetică

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Din definiția intensității: $I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It = 180\text{C}$.

1.2. $q = n|e| = It \Rightarrow n = \frac{It}{|e|} = 375\cdot 10^{19}$.

1.3. $I = \frac{Q}{t} = 0{,}25\text{A}$.

1.4. $I = \frac{q}{t} = \frac{n|e|}{t} \Rightarrow t = \frac{n|e|}{I} = 120\text{s}$.

1.5. $q = It$ – sarcina electrică; $q = 60\text{C}$.

1.6. $U = \frac{L}{q} = \frac{4{,}8\text{J}}{0{,}8\text{C}} = 6\text{V}$.

1.7. $L = qU = 10{,}8\text{J}$.

1.8. Din relația de definiție a intensității obținem sarcina electrică $q = It$; din relația de definiție a tensiunii electrice $U = \frac{L}{q}$ obținem: $L = qU = ItU = 7200\text{J}$.

1.9. Scriem relația de definiție pentru rezistența electrică: $R = \frac{U}{I} = 16\Omega$.

1.10. $I = \frac{U}{R} = 0{,}38\text{A}$.

1.11. Obținem intensitatea din Legea lui Ohm pentru întregul circuit:

$$I = \frac{E}{R + r} = 0{,}6\text{A}.$$

1.12. Din Legea lui Ohm $I = \frac{E}{R+r} \Rightarrow R = \frac{E}{I} - r = 43\Omega$.

1.13. $P = RI^2 = 12{,}5\text{W}$.

1.14. $P = RI^2 \Rightarrow I = \sqrt{\frac{P}{R}} = 2\text{A}$.

1.15. $\eta = \frac{W_{ext}}{W_{totala}} = \frac{W}{W_{gen}} \Rightarrow W_{gen} = \frac{W}{\eta} = 576\,\text{kJ}.$

1.16. Puterea disipată pe rezistor este maximă când $R = r$, valoarea acesteia fiind $P_{max} = \frac{E^2}{4r}$. Rezistența interioară se obține din intensitatea de scurtcircuit

$$I_{sc} = \frac{E}{r} \Rightarrow r = \frac{E}{I_{sc}} = 3\,\Omega,\ P_{max} = \frac{244\,\text{V}^2}{4\cdot 3\,\Omega} = 12\,\text{W}.$$

1.17. În rețeaua din figura 1.17.R identificăm: 2 noduri (A și B); 3 laturi (AR_1B, AR_2B, AR_4B); 2 ochiuri fundamentale (BR_1AR_2B, AR_4BR_2A).
Legea I a lui Kirchhoff pentru nodul A:
$I_1 + I_2 = I_3\ (1)$.
Legea a II-a a lui Kirchhoff pentru:
BR_1AR_2B;
$I_1(R_1 + r_1) - I_2(R_3 + R_2 + r_2) = E_1 - E_2\ (2)$
AR_4BR_2A;
$I_3(R_4 + r_3) + I_2(r_2 + R_2 + R_3) = E_2 + E_3\ (3)$
Din prelucrarea celor trei relații se obțin valorile pentru intensități.

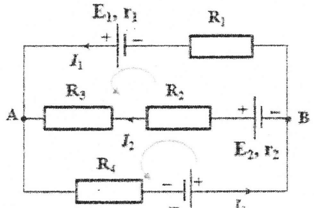


Figura 1.17.R

1.18. Cele două rezistoare sunt grupate în serie; rezistența lor este: $R_{23} = R_2 + R_3$.

1.19. Calculăm rezistența rezistoarelor R_2 și R_3 care sunt legate în paralel:

$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 2\,\Omega$; rezistoarele R_1 și R_{23} sunt grupate în serie:

$R = R_1 + R_{23} = 10\,\Omega.$

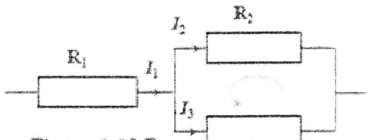


Figura 1.19.R

R₃

1.20. Scriem legea I a lui Kirchhoff pentru unul dintre noduri: $I_1 = I_2 + I_3\ (1)$; legea a II-a a lui Kirchhoff pentru ochiul format din cele două rezistoare se scrie: $I_3R_3 - I_2R_2 = 0\ (2)$.

Din rezolvarea celor două ecuații obținem: $I_2 = I_1\frac{R_3}{R_2 + R_3} = 0{,}3\,\text{A}$ și

$I_3 = I_1 - I_2 = 0{,}15\,\text{A}.$

1.21. Căldura disipată de conductor este dată de Legea lui Joule: $Q = RI^2t = 360\,\text{kJ}$.

1.22. $W = Pt = 1350000\,\text{J} = 0{,}375\,\text{kWh}$.

1.23. Scriem puterea: $P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{5}{11}\,\text{A}$; $W = Pt = 64{,}8\,\text{MJ} = 18\,\text{kWh}$.

1.24. $P = UI = \frac{U^2}{R}$; rezistența conductorului este:

$R = \rho\frac{\ell}{S} = 400\cdot 10^{-9}\,\Omega\text{m}\frac{20\,\text{m}}{0{,}5\cdot 10^{-6}\,\text{m}^2} = 16\,\Omega$. Revenim în relația pentru putere cu valorile pentru tensiune și rezistență si obținem: $P = 3025\,\text{W}$.

1.25. $\eta = \frac{Q_u}{Q_c} = \frac{mc\Delta t}{Pt} = 77{,}5\%$.

B. Probleme de nivel mediu

1.1. Pentru același t comparăm sarcina electrică transportată prin secțiunea fiecărui circuit. Intensitatea este definită prin relația $I = \frac{q}{t}$, particularizând pentru fiecare circuit $I_1 = \frac{q_1}{t}, I_2 = \frac{q_2}{t}$, din grafic se vede că sarcina $q_1 > q_2$, deci $I_1 > I_2$.

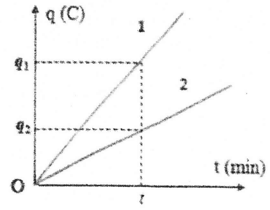


Figura 1.1.R

1.2. *a)* Sarcina transportată în ultimul minut: $q_1 = I\Delta t = 24\,\text{C}$.

b) În intervalul $[0, 2\,\text{min}]$ intensitatea variază; din asemănarea triunghiurilor obținem $I_1 = 0{,}5\,\text{A}$.

c) $q = q_{trapez} + q_{dreptunghi}$;

$$q = \frac{(0{,}4 + 0{,}6)\,\text{A}\cdot 120\,\text{s}}{2} + 0{,}4\,\text{A}\cdot 60\,\text{s} = 84\,\text{C}.$$

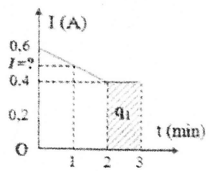


Figura 1.2.R

1.3. *a)* $I_1 = (8 - 0{,}5\cdot 4)\,\text{A} = 6\,\text{A}$; *b)* $q_{12} = \frac{I_1 + I_2}{2}(t_2 - t_1) = \frac{6\,\text{A} + 3\,\text{A}}{2}\cdot 6\,\text{s} = 18\,\text{C}$; *c)* Intensitatea devine nulă după timpul t: $0 = 8 - 0{,}5t \Rightarrow t = 16\,\text{s}$, $Q = \frac{I_0 - 0}{2}\cdot\Delta t = 64\,\text{C}$.

1.4. $R = \frac{U}{I}, I = \frac{q}{t}$; din cele două relații obținem: $R = \frac{Ut}{q} = 10\,\Omega$.

1.5. *a)* $m = d_{Al}n\pi r^2\ell = 11{,}445\,\text{kg}$; *b)* $R = \rho\frac{\ell}{n\pi r^2} = 16{,}63\,\text{m}\Omega$.

1.6. *a)* $L = Nd + (N - 1)s \Rightarrow N = \frac{L + s}{d + s} = 150$;

b) $R = \frac{4\rho\cdot\pi DN}{\pi d^2} = \frac{4\rho ND}{d^2} = 12\,\Omega$, c) $I = \frac{U}{R} = 5\,\text{A}$.

1.7. Intensitatea din circuit este dată de legea lui Ohm $I=\dfrac{E}{R+r}=0{,}8\,\text{A}$,

$I=\dfrac{I_0}{N}n \Rightarrow n=\dfrac{I}{I_0}N=40.$

1.8. Tensiunea la bornele circuitului format din bec şi rezistor se poate scrie: $U=U_0+U_R \Rightarrow U_R=U-U_0$; din legea lui Ohm aplicată rezistorului avem:

$R=\dfrac{U_R}{I_0}=\dfrac{U-U_0}{I_0}=12\,\Omega.$

1.9. $I=\dfrac{E}{R+r}$, rezistenţa interioară se obţine din $I_{sc}=\dfrac{E}{r} \Rightarrow r=\dfrac{E}{I_{sc}}=1{,}2\,\Omega$;

înlocuim în relaţia intensităţii şi obţinem: $I=0{,}5\,\text{A}$.

1.10. $I=\dfrac{E}{R+r} \Rightarrow E=I(R+r)(1)$, $I_0=\dfrac{E}{r} \Rightarrow E=I_0 r(2)$ din cele două relaţii

obţinem: $r=\dfrac{IR}{I_0-I}=3\,\Omega$; $E=I_0 r=\dfrac{I_0 IR}{I_0-I}=18\,\text{V}$.

1.11. $I_1=\dfrac{E}{R} \Rightarrow R=\dfrac{E}{I_1}(1)$, $I_1-\Delta I=\dfrac{E}{R+\Delta R}(2)$; introducem R dat de relaţia (1) în

relaţia (2) şi obţinem: $E=\dfrac{I_1\Delta R(I_1-\Delta I)}{\Delta I}=18\,\text{V}$ şi $R=\dfrac{\Delta R(I_1-\Delta I)}{\Delta I}=18\,\Omega$.

1.12. ***a)*** Când comutatorul este în poziţia 1, ampermetrul măsoară curentul de

scurtcircuit: $I_1=\dfrac{E}{r} \Rightarrow r=\dfrac{E}{I_1}=1\,\Omega.$

b) $I_2=\dfrac{E}{R+r} \Rightarrow R=\dfrac{E}{I_2}-\dfrac{E}{I_1}=14\,\Omega.$

1.13. ***a)*** Când comutatorul k este în poziţia 1, voltmetrul indică tensiunea

electromotoare $U=E=9\,\text{V}$, $I_{sc}=\dfrac{E}{r}=4{,}5\,\text{A}$;

b) $I=\dfrac{E}{R+r} \Rightarrow R=\dfrac{E}{I}-r=34\,\Omega$;

c) $U_b=E-Ir=8{,}5\,\text{V}$ sau $U_b=IR=8{,}5\,\text{V}$.

1.14. ***a)*** $I=\dfrac{Q}{t}=2\text{A}$;

b) $R=\rho\dfrac{\ell}{S}(1)$ $\quad m=dS\ell \Rightarrow S=\dfrac{m}{d\ell}(2)$ din cele două relaţii obţinem

$R=\rho\dfrac{d\ell^2}{m}=20\,\Omega$;

c) $U=IR=\dfrac{Q\rho d\ell^2}{mt}=40\,\text{V}.$

1.15. Funcţia a cărei reprezentare grafică este redată în graficul din figura 1.15 are expresia: $U=E-Ir$; din intersecţia graficului cu axele se obţin tensiunea electromotoare $E=18\,\text{V}$ şi intensitatea curentului de scurtcircuit $I_{sc}=9\,\text{A}$.

Din relaţia: $I_{sc}=\dfrac{E}{r} \Rightarrow r=\dfrac{E}{I_{sc}}=2\,\Omega.$ Scriem Legea lui

Ohm: $I=\dfrac{E}{R+r} \Rightarrow R=\dfrac{E}{I}-r=4\,\Omega.$

1.16. $I=\dfrac{U}{R}=\dfrac{E}{R+r} \Rightarrow R=\dfrac{Ur}{E-U}=8\,\Omega.$

1.17. Scriem Legea lui Ohm pentru cele două circuite: $I_1=\dfrac{E}{R_1+r}$, $I_2=\dfrac{E}{R_2+r}$, de

unde $E=I_1(R_1+r)=I_2(R_2+r) \Rightarrow r=\dfrac{I_2R_2-I_1R_1}{I_1-I_2}=1\,\Omega$,

$E=\dfrac{I_1I_2(R_2-R_1)}{I_1-I_2}=9\,\text{V}.$

1.18. Scriem Legile lui Ohm pentru cele două circuite: $I_1=\dfrac{U_1}{R_1}=\dfrac{E}{R_1+r}(1)$;

$I_2=\dfrac{U_2}{R_2}=\dfrac{E}{R_2+r}(2)$. Din rezolvarea celor două ecuaţii obţinem:

$E=\dfrac{U_1U_2(R_2-R_1)}{U_1R_2-U_2R_1}=6\,\text{V}$ şi $r=\dfrac{R_1R_2(U_2-U_1)}{U_1R_2-U_2R_1}=0{,}5\,\Omega.$

1.19. Din grafic se obţine rezistenţa $R=\dfrac{8\,\text{V}}{0{,}4\,\text{A}}=20\,\Omega$, iar din legea lui Ohm

obţinem intensitatea $I=\dfrac{E}{R+r}=1\text{A}.$

1.20. Scriem legile lui Kirchhoff pentru nodul A şi cele două ochiuri simple AR_1BR_3A, şi AR_3BR_4A:

$I=I_1+I_2(1)$, $\quad I_1(R_1+R_2)-I_2R_3=0\,(2)$,

$I_2R_3+I(r_1+R_4+R_5+r_3)=E_1-E_2+E_3\,(3)$. Din

relaţia (2) rezultă $I_2=\dfrac{I_1(R_1+R_2)}{R_3}=I_1$, înlocuim

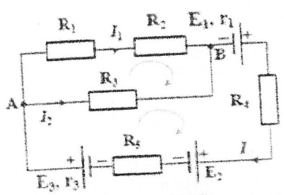


Figura 1.20.R

în relaţia (1), de unde avem $I_1=I_2=\dfrac{I}{2}$; înlocuim

acest rezultat în relaţia (3) $I=\dfrac{E_1-E_2+E_3}{\dfrac{R_3}{2}+r_1+R_4+R_5+r_3}=1\text{A}$ şi $I_1=I_2=0{,}5\,\text{A}.$

1.21. ***a)*** Rezistoarele R_2 și R_3 sunt legate în serie $R_{23} = R_2 + R_3$, rezistoarele R_1 și R_{23} sunt legate în paralel $R_e = \dfrac{R_1 R_{23}}{R_1 + R_{23}} = 7\,\Omega$;

b) Pe ochiul AR₁BR₂A, legea a II-a a lui Kirchhoff se scrie: $I_1 R_1 = I_2 (R_2 + R_3)$, de unde obținem: $I_2 = \dfrac{I_1 R_1}{R_2 + R_3} = 0{,}6\text{A}$; pentru nodul A putem scrie: $I = I_1 + I_2 = 1{,}2\text{A}$.

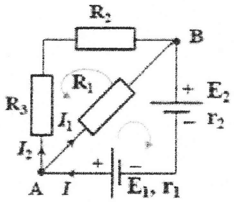


Figura 1.21.R

c) Scriem legea a II-a a lui Kirchhoff pe ochiul AR_1BE_2A:

$$I_1 R_1 + I(r_1 + r_2) = E_1 - E_2 \Rightarrow E_2 = E_1 - I_1 R_1 - I(r_1 + r_2) = 3\text{V}.$$

1.22. Aplicăm legile lui Kirchhoff pentru rețeaua din figura 1.22.R:. $I_1 = I_2 + I_3;(1)$

$I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0;(2)$

$I_2 R_2 + I_1 (R_4 + R_1 + r_1 + r_2) = E_1 + E_2;(3)$

Rezolvând sistemul celor trei ecuații, obținem:

$I_1 = 0{,}5\text{A},\ I_2 = \dfrac{1}{6}\text{A},\ I_3 = \dfrac{1}{3}\text{A}.$

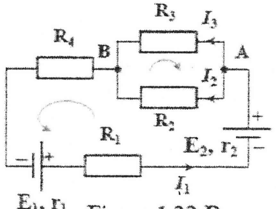


Figura 1.22.R

1.23. Aplicăm legile lui Kirchhoff pentru rețeaua din figura 1.23.R: $I_2 = I_1 + I_3 (1)$;

$I_1 R_1 + I_2 (r_2 + R_2) = E_2 - E_1 (2)$;

$I_3 R_3 + I_2 (r_2 + R_2) = E_2 (3)$. Din cele trei ecuații obținem: $I_1 = 0\text{A},\ I_2 = I_3 = 1\text{A}$.

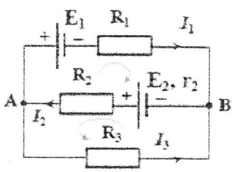


Figura 1.23.R

1.24. ***a)*** $R_{12} = R_1 + R_2 = 8\,\Omega$, $R_{34} = R_3 + R_4 = 8\,\Omega$, rezistoarele R_{12} și R_{34} sunt legate în paralel:

$R_{AB} = \dfrac{R_{12}}{2} = 4\,\Omega$, $R_e = R_{AB} + R_5 = 8\,\Omega$;

b) $I = \dfrac{E}{R_e + r} = \dfrac{U_5}{R_5} \Rightarrow r = \dfrac{ER_5}{U_5} - R_e = 1\,\Omega$;

c) $I_1 + I_2 = I,\ I = \dfrac{U_5}{R_5} = 2\text{A},\ I_1 = \dfrac{I}{2} = 1\text{A},\ I_2 = \dfrac{I}{2} = 1\text{A}$;

d) $U_{AB} = I_1 (R_1 + R_2) = 8\text{V}$.

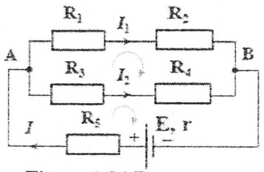


Figura 1.24.R

1.25. ***a)*** $U = E_e - u,\ E_e = nE,\ u = fnE,\ U = nE(1-f) = 5{,}1\text{V}$;

b) $I = \dfrac{u}{nr} = \dfrac{nEf}{nr},\ I = \dfrac{Ef}{r} = 0{,}45\text{A}$;

c) $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{nE(1-f)r}{Ef}\quad R = \dfrac{nr(1-f)}{f} = 11{,}33\,\Omega$.

1.26. Notăm cu n – nr. generatoarelor, x – nr. generatoarelor grupate în serie și y – nr. grupelor legate în paralel. Intensitatea curentului din circuit este:

$$I = \frac{xE}{R + \dfrac{xr}{y}} (1),$$

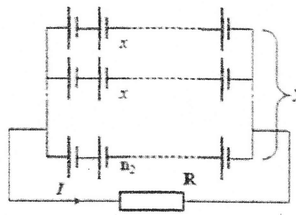


Figura 1.26.R

iar randamentul circuitului este:

$$\eta = \frac{R}{R + r_e} = \frac{R}{R + \dfrac{xr}{y}} \Rightarrow \frac{xr}{y} = \frac{R(1-\eta)}{\eta} (2).$$ Folosim (2) în (1):

$$I = \frac{xE\eta}{\eta R + R(1-\eta)} = \frac{xE\eta}{R} \Rightarrow x = \frac{IR}{E\eta} = 6;$$ din (2) rezultă: $y = \dfrac{xr\eta}{R(1-\eta)} = 3$.

Numărul generatoarelor este: $n = xy = 18$.

1.27. $P = \dfrac{U^2}{R} = 5\text{W}$.

1.28. ***a)*** $R = \dfrac{U_n^2}{P_n} = 1210\,\Omega$; ***b)*** $W = P_n t = 21{,}6\text{MJ} = 6\text{KWh}$;

c) $\Delta W = (P_n - P)t = 11{,}88\text{MJ} = 3{,}3\text{KWh}$.

1.29. ***a)*** $P = EI \Rightarrow E = \dfrac{P}{I} = 6\text{V}$;

b) $r = \dfrac{E-U}{I} = 2\,\Omega$;

c) $R = \dfrac{U}{I} = 10\,\Omega$.

1.30. ***a)*** $R = \dfrac{U^2}{P} = 22\,\Omega$;

b) $m = dS\ell = d\pi \dfrac{D^2}{4}\ell\ (1);\ R = \rho \dfrac{4\ell}{\pi D^2} = \dfrac{U^2}{P} \Rightarrow \ell = \dfrac{\pi D^2 U^2}{4\rho P} (2)$; din cele două relații obținem $m = \dfrac{\pi^2 d D^4 U^2}{16 \rho P} = 262{,}5\text{g}$;

c) $Q = P\tau = 15{,}84\text{MJ}$;

d) $\eta = \dfrac{mc(t_2 - t_1)}{P\tau_1} = 76,36\%.$

1.31. ***a)*** Randamentul circuitului se poate scrie: $\eta = 1 - \dfrac{I}{I_{sc}} \Rightarrow I_{sc} = \dfrac{I}{1-\eta} = 3,2\text{A}$;

b) $E = IR_t = 24\text{V}$;

c) $\eta = \dfrac{R}{R+r} = \dfrac{R_t - r}{R_t} \Rightarrow r = R_t(1-\eta) = 7,5\Omega.$

1.32. ***a)*** $P_1 = P_2 \Leftrightarrow (E - I_1 r)I_1 = (E - I_2 r)I_2 \ (1) \Rightarrow E = (I_1 + I_2)r = 12\text{V}$;

b) $P_1 = P_2 = (E - I_1 r)I_1 = rI_1 I_2 = 8\text{W}$;

c) $I_1 = \dfrac{E}{R_1 + r} \Rightarrow R_1 = \dfrac{E'}{I_1} - r$; înlocuind în relaţia anterioară expresia lui E, obţinem: $R_1 = r\left(\dfrac{I_1 + I_2}{I_1} - 1\right) = 8\Omega$, analog obţinem:

$R_2 = r\left(\dfrac{I_1 + I_2}{I_2} - 1\right) = 2\Omega;$

d) Din relaţia (1) obţinem: $I_1 + I_2 = \dfrac{E}{r} = I_{sc}$, $\eta_1 = 1 - \dfrac{I_1}{I_{sc}} = 1 - \dfrac{I_1}{I_1 + I_2} = \dfrac{2}{3}$,

$\eta_2 = 1 - \dfrac{I_2}{I_{sc}} = 1 - \dfrac{I_2}{I_1 + I_2} = \dfrac{1}{3}.$

1.33. ***a)*** $P_1 = P_2 \Leftrightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \Leftrightarrow R_1 \dfrac{E^2}{(R_1 + r)^2} = R_2 \dfrac{E^2}{(R_2 + r)^2} \Rightarrow R_1 R_2 = r^2$; având în vedere şi relaţia $I_{sc} = \dfrac{E}{r}$, obţinem: $E = I_{sc} r = I_{sc}\sqrt{R_1 R_2} = 36\text{V}$;

b) $R_1, R_2 \in [(1,144),(2;72),(3;48),(4;36),(6;24,)(8;18),(9;16)]$;

c) $P_{max} = \dfrac{E^2}{4r} = \dfrac{I_{sc}^2\sqrt{R_1 R_2}}{4} = 27\text{W}.$

1.34. $Q_b = P\tau$, $Q_{apa} = mc(t_2 - t_1) = D_m \tau c(t_2 - t_1)$., Din relaţia $Q_b = Q_{apa} \Rightarrow$

$D_m = \dfrac{P}{c(t_2 - t_1)} = 28,57\dfrac{\text{g}}{\text{s}}.$

1.35. ***a)*** $R_{ext} = R_3 + R_4 + \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 17\Omega$;

b) Aplicăm legile lui Kirchhoff pentru reţeaua din fig. 1.35.R:

$I = I_1 + I_2; (1)\ I_1 R_1 - I_2 R_2 = 0; (2)$

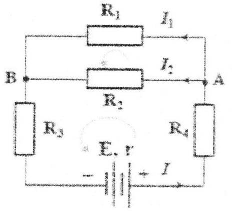


Figura 1.35.R

$I_2 R_2 + I(R_4 + R_3 + r) = E; (3)$

Rezolvând sistemul celor trei ecuaţii, obţinem: $I_1 = 0,6\text{A}, I_2 = 0,3\text{A}, I = 0,9\text{A}$;

c) $U = E - Ir = 15,3\text{V}$; ***d)*** $U_1 = I_1 R_1 = 5,4\text{V}$;

e) $W = UIt = 4131\text{W}.$

1.36. ***a)*** Când întrerupătorul este deschis, voltmetrul V indică t.e.m: $E = U_0 = 9\text{V}$. Aplicăm legea lui Ohm pentru o porţiune de circuit pentru rezistor, apoi pentru fierbător: $R_1 = \dfrac{U_1}{I} = 6\Omega$ $R_2 = \dfrac{U - U_1}{I} = 10\Omega.$

b) Din legea lui Ohm pentru o porţiune de circuit aplicată circuitului interior obţinem: $r = \dfrac{E - U}{I} = 2\Omega;$

c) $P_2 = I(U - U_1) = 2,5\text{W}$;

d) Căldura absorbită de apă este: $Q = mc\Delta t$, iar căldura dezvoltată de fierbător este: $Q_2 = P_2 t = (U - U_1)It$, $Q = Q_2 \Leftrightarrow mc\Delta t = (U - U_1)It \Rightarrow$

$m = \dfrac{(U - U_1)It}{c\Delta t} = 35,7\text{g}.$

1.37. ***a)*** $I_1 = \dfrac{E}{R_1 + R_2 + R_5 + r} \Rightarrow R_3 = \dfrac{E}{I_1} - (R_1 + R_5 + r) = 5\Omega.$

La închiderea întrerupătoarelor, punctele A şi B au acelaşi potenţial.

$I_1 R_1 = I_2 R_2; (1), I_1 R_4 = I_2 R_3; (2) \Rightarrow R_1 R_3 = R_2 R_4 \Rightarrow R_4 = \dfrac{R_1 R_3}{R_2} = 8\Omega;$

b) $U = E - I_1 r = 10,5\text{V}$ (întrerupătoarele deschise),

$I = \dfrac{E}{R_{ext} + r} = \dfrac{E}{\dfrac{(R_1 + R_4)(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} + R_5 + r} = 0,816\text{A}$,

$U' = E - Ir = 9,552\text{V}$ (întrerupătoarele închise);

c) $P = UI_1 = (E - I_1 r)I_1 = 5,25\text{W}$, $P' = U'I = 7,79\text{W}$;

d) $\eta = \dfrac{U}{E} = 87,5\%$, $\eta' = \dfrac{U'}{E} = 79,6\%.$

1.38. $Q_{apa} = Q_1 \Leftrightarrow Q_{apa} = \dfrac{U^2}{R_1}t_1 \Rightarrow R_1 = \dfrac{U^2 t_1}{Q_{apa}}(1)$; în mod analog obţinem rezistenţa celui de-al doilea fierbător: $R_2 = \dfrac{U^2 t_2}{Q_{apa}}(2)$. La conectarea în paralel a fierbătoarelor putem scrie: $Q_{apa} = Q_p \Leftrightarrow Q_{apa} = \dfrac{U^2}{R_p}t \Rightarrow R_p = \dfrac{U^2 t}{Q_{apa}}(3)$; cum

$R_p=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}(4)$, înlocuind în relația (4) expresiile rezistențelor, obținem:

$t=\frac{t_1t_2}{t_1+t_2}=6\,\text{min}$.

1.39. ***a)*** Scriem legea I a lui Kirchhoff pentru nodul A:

$I_1=I_2+I_V \Leftrightarrow \frac{U-U_2}{R_1}=\frac{U_2}{R_2}+\frac{U_2}{R_V}(1)\Rightarrow$

$R_V=\frac{U_2R_1R_2}{UR_2-U_2(R_1+R_2)}=24\,\text{k}\Omega$

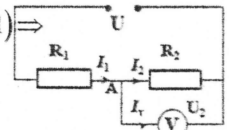


Figura 1.39.a.R

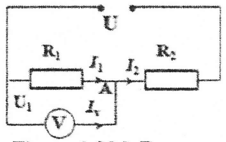


Figura 1.39.b.R

b) $I_1+I_V=I_2 \Leftrightarrow \frac{U_1}{R_1}+\frac{U_1}{R_V}=\frac{U-U_1}{R_2}(2)\Rightarrow U_1=\frac{UR_1R_V}{R_1R_2+R_V(R_1+R_2)}=9\,\text{V}$.

1.40. ***a)*** $P_1=P_2\Leftrightarrow R_1I_1^2=R_2I_2^2\Rightarrow \frac{R_2}{R_1}=\left(\frac{I_1}{I_2}\right)^2=9$;

b) Puterea exterioară este maximă când $R=r$; din legea lui Ohm pentru această situație putem scrie: $I_0=\frac{E}{2r}=\frac{I_{sc}}{2}$, dar $I_{sc}=I_1+I_2$ (vezi rezolvarea problemei 1.32) $I_0=\frac{I_1+I_2}{2}=2\Omega$;

c) $\eta_1=1-\frac{I_1}{I_{sc}}=1-\frac{I_1}{I_1+I_2}=0{,}25$, $\eta_2=1-\frac{I_2}{I_{sc}}=1-\frac{I_2}{I_1+I_2}=0{,}75$.

C. Probleme de performanță

1.1. ***a)*** Din legea lui Ohm pentru întregul circuit:

$I=\frac{E}{R+r+R_A}\Rightarrow R_A=\frac{E}{I}-(R+r)=1\Omega$;

b) În paralel cu ampermetrul trebuie conectat un rezistor (numit șunt) de rezistență mai mică decât a ampermetrului, prin care să treacă un curent $I_s=I-I_0$, pentru că ampermetrul nu poate suporta un curent mai mare decât I_0.

$I_0R_A=(I-I_0)R_s \Rightarrow R_s=\frac{I_0}{I-I_0}R_A=0{,}25\Omega$.

1.2. ***a)*** Tensiunea la bornele circuitului este: $U=E-Ir\,(1)$.
Intersecția cu axele: $I=0$; obținem $U=E$, intersecția cu axa tensiunilor;

$U=0$, obținem $I=\frac{E}{r}=I_{sc}$, intersecția cu axa intensităților, deci $I_{sc}=6\,\text{A}$.

Din grafic (din asemănarea triunghiurilor) putem scrie:

$\frac{E-15\text{V}}{E}=\frac{1\text{A}}{6\text{A}}\Rightarrow E=18\,\text{V}$

$I_{sc}=\frac{E}{r}\Rightarrow r=\frac{E}{I_{sc}}=3\Omega$.

b) $I_0=\frac{I_{sc}}{2}\Rightarrow R=r$, puterea dezvoltată pe circuitul exterior este maximă

$P=\frac{E^2}{4r}=27\text{W}$ $\eta=\frac{R}{R+r}=\frac{r}{2r}=0{,}5$;

c) $I'=\frac{E}{R'+r}\Rightarrow R'=\frac{E}{I'}-r=1{,}5\Omega$.

1.3. ***a)*** Când $P_1=P_1\Rightarrow \eta_1+\eta_2=1$, $1-\eta_1=\frac{R_2}{R_2+r}\Rightarrow r=\frac{\eta_1R_2}{1-\eta_1}=2\Omega$;

b) $\eta_1=\frac{R_1}{R_1+r}\Rightarrow R_1=\frac{\eta_1 r}{1-\eta_1}=\frac{\eta_1^2}{(1-\eta_1)^2}R_2=1\Omega$;

c) $P_1=P_2=R_2\frac{E^2}{(R_2+r)^2}=44{,}44\,\text{W}$, $P_{max}=\frac{E^2}{4r}=50\,\text{W}$.

1.4. ***a)*** $I_{sc}=\frac{E}{r}$; $I_3=\frac{I_{sc}}{2}=\frac{E}{2r}(1)$ $I_3=\frac{E}{R_3+r}(2)$; din cele două relații obținem: $r=R_3=4\Omega$ $I_{sc}=6\,\text{A}$;

b) $\eta_1=\frac{P_1}{P_{1t}}=\frac{U_1I_1}{EI_1}=\frac{E-I_1r}{E}=1-\frac{I_1}{I_{sc}}\Rightarrow I_1=(1-\eta_1)I_{sc}=4\,\text{A}$

$P_1=P_2\Leftrightarrow(E-I_1r)I_1=(E-I_2r)I_2\Rightarrow I_1+I_2=\frac{E}{r}=I_{sc}\Rightarrow I_2=I_{sc}-I_1=2\,\text{A}$,

iar $I_3=\frac{E}{2r}=3\,\text{A}$;

c) $I_1=\frac{E}{R_1+r}\Rightarrow R_1=\frac{E}{I_1}-r=2\Omega$, $I_2=\frac{E}{R_2+r}\Rightarrow R_2=\frac{E}{I_2}-r=8\Omega$;

d) $P_1=P_2=R_1I_1^2=32\,\text{W}$; $P_3=P_{3max}=\frac{E^2}{4r}=36\,\text{W}$;

e) 1. Când rezistoarele R_2 și R_3 sunt conectate în serie, prin ele poate trece un curent cu intensitatea maximă $I_2=2\,\text{A}$, deoarece un curent de intensitate mai mare, spre exemplu $I_3=3\,\text{A}$, ar distruge rezistorul R_3. Deci $U_{max\,s}=I_2(R_2+R_3)=24\,\text{V}$.

2. Când rezistoarele sunt conectate în paralel $U_2=\frac{P_2}{I_2}=16\,\text{V}$, $U_3=\frac{P_3}{I_3}=12\,\text{V}$, deci tensiunea maximă admisibilă este: $U_{\max p}=U_3=12\,\text{V}$; dacă se aplică $U_2=16\,\text{V}$, rezistorul R_3 se arde.

1.5. ***a)*** $I=\frac{P}{U}=0,4\text{A}$; ***b)*** $t=\frac{Q}{I}$, $t=\frac{QU}{P}=8\,\text{min}$; ***c)*** $r=\frac{u}{I}$, $r=\frac{(E-U)U}{P}=5\Omega$;

d) $P=\frac{U^2}{R}$, $R=\rho\frac{\ell}{S}\Rightarrow \ell=\frac{U^2S}{\rho P}=150\text{m}$; ***e)*** $W=Pt'=7200\,\text{W}$; ***f)***

$\eta=\frac{U}{E}=93,75\%$.

1.6. ***a)*** $P_3=I_3^2R_3\Rightarrow I_3=\sqrt{\frac{P_3}{R_3}}=2\,\text{A}$. Conform figurii 1.6.R, putem scrie:

$I_3R_3=I_4R_4\Rightarrow I_4=\frac{I_3R_3}{R_4}=1\text{A}$; $I_2=\frac{U_{AB}}{R_2}=\frac{1}{3}\text{A}$,

$I_1+I_2=I_3+I_4=I$; $I_1=I_3+I_4-I_2=\frac{8}{3}\text{A}$;

b) $E_1=I_1R_1-I_2R_2=6\,\text{V}$; $E_2=I_3R_3+I_2R_2=8\,\text{V}$;

c) $P_2=E_2(I_3+I_4)=24\,\text{W}$.

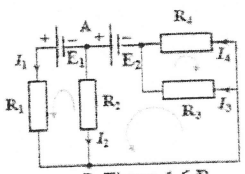


Figura 1.6.R

1.7. ***a)*** $I_1+I_3=I_2\ (1)$,

$I_1r_1+I_2(r_2+R)=E_1+E_2\ (2)$

$I_3r_3+I_2(r_2+R)=E_3+E_2\ (3)$. Rezolvând sistemul format din cele trei ecuații, obținem:

$I_1=I_3=66,5\,\text{mA}$, $I_2=133\,\text{mA}$;

b) $U_{AB}=I_1r_1-E_1=-8,9335\,\text{V}$;

c) $P=RI_2^2=1,7689\,\text{W}$, $P_{tot}=E_1I_1+E_2I_2+E_3I_3=1,7955\,\text{W}$.

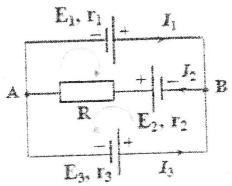


Figura 1.7.R

1.8. ***a)*** $E_s=nE=31\,\text{V}$, $r_s=nr=4\Omega$;

b₁) În paralel cu becul de putere P_1 se leagă un rezistor (figura 1.8.R).

$I'=I_2-I_1$; $I_1=\frac{P_1}{U_0}$; $I_2=\frac{P_2}{U_0}$

$R'=\frac{U_0}{I_2-I_1}=\frac{U_0^2}{P_2-P_1}=9,6\Omega$

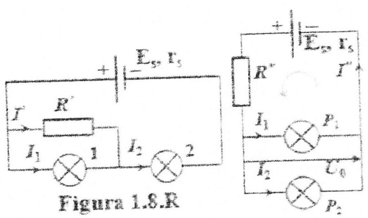


Figura 1.8.R

b₂) Becurile conectate în paralel. $I''=I_1+I_2=\frac{P_1+P_2}{U_0}$

$I''(R''+r_s)+U_0=E_s\Rightarrow R''=\frac{E_s-U_0}{I''}-r_s=\frac{(E_s-U_0)U_0}{P_1+P_2}-r_s=4,(4)\Omega$.

1.9. ***a)*** $R_1=\frac{U_0^2}{P_1}=302,5\Omega$; $I_1=\frac{P_1}{U_0}=0,363\text{A}$;

$R_2=\frac{U_0^2}{P_2}=201,66\Omega$; $I_2=\frac{P_2}{U_0}=0,545\text{A}$;

b) $P_1'=I^2R_1=\frac{U^2}{(R_1+R_2)^2}R_1=\frac{U^2P_1P_2^2}{U_0^2(P_1+P_2)^2}=57,6\text{W}$;

$P_2'=\frac{U^2P_1^2P_2}{U_0^2(P_1+P_2)^2}=38,4\text{W}$;

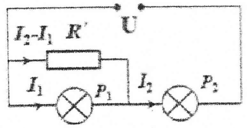


Figura 1.9.R

Primul bec va lumina mai intens, iar al doilea mai slab. Este posibil ca primul bec să se ardă.

c) Pentru ca becurile să lumineze normal, trebuie să montăm în paralel cu becul de putere P_1 un rezistor prin care să treacă curentul de intensitate I_2-I_1 (figura 1.9.R).

$R=\frac{U_0}{I_2-I_1}=\frac{U_0^2}{P_2-P_1}=605\Omega$

d) $\eta=\frac{P_1+P_2}{UI_2}=\frac{(P_1+P_2)U_0}{UP_2}=83,33\%$.

1.10. ***a)*** $I_1=I+I_2\ (1)$; $I_1n_1r+IR=n_1E\ (2)$;

$IR-I_2n_2r=n_2E\ (3)$;

$I_1(n_1r+R)-I_2R=n_1E\ (4)$;

$I_1R-I_2(R+n_2r)=n_2E\ (5)\Rightarrow I_2=\frac{I_1R-n_2E}{R+n_2r}$,

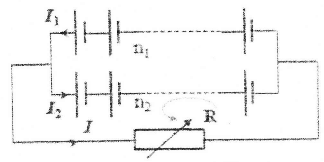


Figura 1.10.R

$I_1(n_1r+R)-R\frac{I_1R-n_2E}{R+n_2r}=n_1E\Leftrightarrow$

$I_1\left[(n_1r+R)(R+n_2r)-R^2\right]=n_1E(R+n_2r)-n_2RE\Rightarrow$

$I_1=\frac{E\left[R(n_1-n_2)+n_1n_2r\right]}{r\left[R(n_1+n_2)+n_1n_2r\right]}=\frac{10}{3}\text{A}$; $I_2=\frac{2}{3}A$; $I=I_1-I_2=\frac{8}{3}\text{A}$.

b) În ecuațiile (4) și (5) punem condiția $I_2=0$ și obținem:

$I_1'(n_1r+R)=n_1E\,(4')$ $\quad I_1'R=n_2E\Rightarrow I_1'=\frac{n_2E}{R}$. Introducem expresia lui I_1' în ecuația (4') și obținem:

$$\frac{n_2E}{R}(n_1r+R)=n_1E\Rightarrow\ R=\frac{n_1n_2r}{n_1-n_2}=\frac{8}{3}\Omega.$$

c) Generatoarele din circuit pot fi înlocuite cu un generator echivalent ale cărui caracteristici sunt: $E'=I\left(R+\frac{n_1n_2r}{n_1+n_2}\right)=12{,}3\text{V}$,

$$r'=\frac{n_1n_2r}{n_1+n_2}=0{,}615\Omega,\ P=\frac{E'^2}{4r'}\left(1-\frac{(R-r')^2}{(R+r')^2}\right).$$

Puterea disipată pe rezistența R este maximă când:

$$R=r'=0{,}615\Omega,\ P_{max}=\frac{E'^2}{4r'}=61{,}5\text{W}$$

1.11. ***a)*** Instrumentele indică: $I_{sc}=20\text{A}$ și $E=10\text{V}$; $r=\frac{E}{I_{sc}}=0{,}5\Omega$.

Cursorul în B, rezistența exterioară este: $\frac{R}{4}$ și

$$I_B=\frac{4E}{R+4r}=4\text{A},\ U_B=I_B\frac{R}{4}=8\text{V}.$$

Cursorul în D, rezistența exterioară este: $\frac{\frac{R}{4}\cdot\frac{3R}{4}}{\frac{R}{4}+\frac{3R}{4}}=\frac{3R}{16}$ și

$$I_D=\frac{16E}{3R+16r}=5\text{A},\quad U_D=I_D\frac{3R}{16}=7{,}5\text{V}.$$

b) $\eta=\frac{R_{ext}}{R_{ext}+r}=\frac{1}{1+\frac{r}{R_{ext}}}$. Valoarea randamentului este maximă când valoarea raportului $\frac{r}{R_{ext}}$ este minimă, adică atunci când R_{ext} are valoarea maximă.

Această situație corespunde poziției B a cursorului. $R_{ext}=\frac{R}{4}$;

$$\eta_{max}=\frac{1}{1+\frac{4r}{R}}=80\%;\qquad P_{ext}=I_B^2\frac{R}{4}=\frac{4RE^2}{(R+4r)^2}=32\text{ W}.$$

c) R_1 – rezistența porțiunii AD, $R_1=\frac{R}{4}$; R_2 – rezistența porțiunii ABD, $R_2=\frac{3R}{4}$.

Pentru cele două porțiuni aplicăm legea lui Joule:

$$\frac{U^2}{R_1}t=m_1c\Delta\theta_1\Leftrightarrow\frac{4U^2}{R}t=\frac{m}{4}c\Delta\theta_1$$

respectiv $\frac{U^2}{R_2}t=m_2c\Delta\theta_2\Leftrightarrow\frac{4U^2}{3R}t=\frac{3m}{4}c\Delta\theta_2$. Prin împărțirea celor două relații obținem: $\frac{\Delta\theta_1}{\Delta\theta_2}=9$.

1.12. ***a)*** $I=\frac{E}{R+r}=\frac{E_0-kt}{R+r}$; $E_0=5V,\ k=0{,}5\frac{\text{V}}{\text{s}}$; $\quad I=1-0{,}1t\,(\text{A})$.

b) $I(1)=(1-0{,}1\cdot1)\text{A}=0{,}9\text{A}$,

$I(3)=(1-0{,}1\cdot3)\text{A}=0{,}7\text{A}$, $n=\frac{Q}{|e|}$. Sarcina electrică Q se poate afla calculând aria delimitată de graficul funcției $I=f(t)$ în intervalul [1 s; 3 s], figura 1.12.R.

$Q=1{,}6\text{C}$, $n=\frac{Q}{|e|}=10^{19}$ electroni.

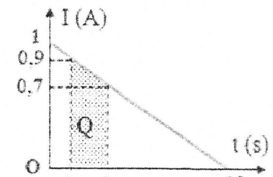


Figura 1.12.R

c) Pentru topirea gheții este necesară energia

$Q=m\lambda=\rho V\lambda=\rho\ell^3\lambda=297\text{J}$.

Presupunând că t.e.m. a generatorului ar rămâne constantă, energia furnizată rezistorului ar fi: $W_0=RI^2\Delta t=R\frac{E_0^2}{(R+r)^2}\Delta t=40\text{J}$. Cum t.e.m scade în timp energia furnizată rezistorului, $W<W_0$. Cum $W<W_0<Q$, rezultă că nu este posibilă topirea întregului cub.

1.13. ***a)*** $R_1=\frac{U^2}{P_1}=100\Omega$; $\ I_1=\frac{P_1}{U}=1{,}1\text{A}$; $\ R_2=\frac{U^2}{P_2}=50\Omega$; $\ I_2=\frac{P_2}{U}=2{,}2\text{A}$.

Pentru a funcționa normal, la conectarea în serie primul fierbător trebuie conectat în paralel cu un rezistor prin care trebuie să treacă un curent de intensitate I_2-I_1;

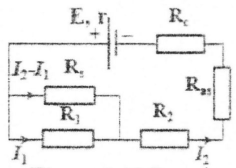


Figura 1.13.R- serie

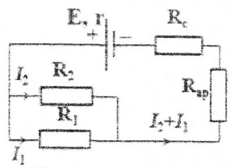


Figura 1.13.R- paralel

în serie cu fierbătoarele se conectează un rezistor R_{as}.

$$R_s = \frac{U}{I_2 - I_1} = 100\,\Omega$$

$$2U + I_2\left(R_{as} + R_c + r\right) = E \Rightarrow$$

$$R_{as} = \frac{E - 2U}{I_2} - \left(R_c + r\right) = 10\,\Omega.$$

La conectarea fierbătoarelor în paralel putem scrie:

$$U + \left(I_1 + I_2\right)\left(R_{ap} + R_c + r\right) = E,\ R_{ap} = \frac{E - U}{I_1 + I_2} - \left(R_c + r\right) = 38,(3)\,\Omega.$$

b) Fierbătoarele funcționează la parametri nominali în ambele situații.

$$\left(\eta_1 P_1 + \eta_2 P_2\right)\Delta t = \rho_{apă}\Delta V c_{apă}\Delta T \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\eta_1 P_1 + \eta_2 P_2}{\rho_{apă}c_{apă}\Delta T} = 98,4\,\frac{\text{ml}}{\text{s}}$$

c) Sursa E' transferă puterea maximă pe cele două fierbătoare conectate în paralel, dacă rezistența lor echivalentă este egală cu rezistența echivalentă existentă pe restul circuitului. $\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = R_x + R_c + r$;

$$E' = U + \left(I_1 + I_2\right)\left(R_x + R_c + r\right) \Leftrightarrow E' = U + \left(I_1 + I_2\right)\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = 220\,\text{V}.$$

1.14. *a)* $\eta = \frac{m_g\lambda}{Pt_1} \Rightarrow m_g = \frac{\eta P t_1}{\lambda} = 40\,\text{g}.$

b) $\theta_0 = 0\,°\text{C}$, $c_a\left(m_g + m_a\right)\left(\theta_m - \theta_0\right) = \eta P\left(t_2 - t_1\right) \Rightarrow$

$$m_a = \frac{\eta P\left(t_2 - t_1\right)}{c_a\left(\theta_m - \theta_0\right)} - m_g = 260\,\text{g}.$$

c) Căldura necesară pentru topirea gheții este: $Q_1 = m_g'\lambda = 68000\,\text{J}.$

Căldura eliberată de apă prin răcire până la 0°C este:

$Q_2 = c_a\left(m_a + m_g\right)\left(\theta_m - \theta_0\right) = 50400\,\text{J}$, $Q_1 > Q_2$ rezultă că nu se topește toată gheața, ci numai: $m_{gx}' = \frac{Q_2}{\lambda} = 148,23\,\text{g}$. Deci temperatura de echilibru este: $\theta_0 = 0\,°\text{C}$.

1.15. a) $\frac{m_g}{m} = \frac{\rho_g}{\rho}\cdot\frac{V_g}{V_m}.$

Alungirea este aceeași atât în cazul suspendării corpului de masă *m*, cât și în cazul suspendării corpului acoperit de gheață, dar scufundat în alcool, deci forțele deformatoare sunt egale:

$$mg = mg + \rho_g V_g g - \rho_{alc}\left(V_m + V_g\right)g \Rightarrow \frac{V_g}{V_m} = \frac{\rho_{alc}}{\rho_g - \rho_{alc}}.$$

Rezultat final: $\frac{m_g}{m} = \frac{\rho_g\cdot\rho_{alc}}{\rho\left(\rho_g - \rho_{alc}\right)} \Rightarrow \frac{m_g}{m} = 0,6.$

b) $I_0 = \frac{E}{R_{total}} \Rightarrow R_{total} = \frac{E}{I_0}$

$$\left.\begin{array}{l} k\cdot\Delta\ell_1 = m\cdot g \\ k\cdot\Delta\ell_2 = \left(m + m_g\right)g \end{array}\right| \Rightarrow \frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} = \frac{m}{m + m_g}$$

$$I_1 = \frac{E}{R_{total} - \rho_R\cdot\frac{\Delta\ell_1}{S}},$$

$$I_2 = \frac{E}{R_{total} - \rho_R\cdot\frac{\Delta\ell_2}{S}} \Rightarrow \rho_R\cdot\frac{\Delta\ell_2}{S} = R_{total} - \frac{E}{I_2} \Rightarrow \rho_R\cdot\frac{\Delta\ell_2}{S} = E\left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_2}\right)$$

$$I_1 = \frac{E}{R_{total} - \rho_R\cdot\frac{\Delta\ell_2}{S}\cdot\frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2}} \Rightarrow I_1 = \frac{E}{\frac{E}{I_0} - \frac{E}{1 + m_g/m}\cdot\left(\frac{1}{I_0} - \frac{1}{I_2}\right)}$$

Rezultat final: $I_1 = \frac{I_0I_2\left(1 + \frac{m_g}{m}\right)}{I_2\frac{m_g}{m} + I_0} \Rightarrow I_1 = 2\,\text{A}.$

c) $Q = m_g\cdot\lambda_t$, densitatea amestecului,

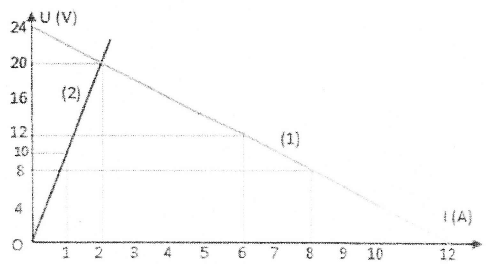
$$\rho_1 = \frac{m_g + m_{alc}}{V_{apă} + V_{alc}} \Rightarrow m_g = \frac{\left(\rho_1 - \rho_{alc}\right)\cdot\rho_a}{\rho_a - \rho_1}\cdot V_{alc}$$

Rezultat final: $Q = 3,3\cdot10^4$ J.

1.16. A. $E = 24\,\text{V}$,

$r = \frac{E}{I_{sc}} = 2\,\Omega$,

$R = \frac{U}{I} = 10\,\Omega.$



Coordonatele punctului de intersecție reprezintă parametrii nominali de funcționare ai circuitului:

$$I = \frac{E}{R + r} = \frac{24\,\text{V}}{10\,\Omega + 2\,\Omega} = 2\,\text{A}$$

și $U = IR = 20\,\text{V}.$

B. *a)* $R = \rho\frac{\ell}{S}$, $\ell = 2\pi\left(\frac{D+d}{2}\right)\cdot n$, $R = \frac{4\rho n 2\pi\left(\frac{D+d}{2}\right)}{\pi d^2} = \frac{4\rho n(D+d)}{d^2} = 24\Omega$

$R_x = R - \frac{R}{L}(v_1 + v_2)t$, $R_x = 64 - 0{,}64t(\Omega)$

c) La momentul $t = 0\,\text{s}$, $R_x = R = 64\Omega$ și $I = I_{min}$,

$I_{min} = \frac{E}{R+r}$, $r = \frac{E}{I_{sc}}$, $I_{min} = \frac{E}{R + \frac{E}{I_{sc}}} = 0{,}18\text{A}.$

La momentul $t = 100\,\text{s}$, $R_x = 0\ \Omega$ și $I = I_{max}$, $I_{max} = I_{sc} = 0{,}5\,\text{A}$.

1.17. **A.** Notații: W' – energia degajată sub formă de lumină;

W – energia totală degajată de bec în același interval de timp;

$W = W' + \left(m_{apa}c_{apa} + C_{vas}\right)\Delta\theta(1)$.

Când vasul este învelit în hârtie neagră, toată energia emisă de bec se transformă în căldură.

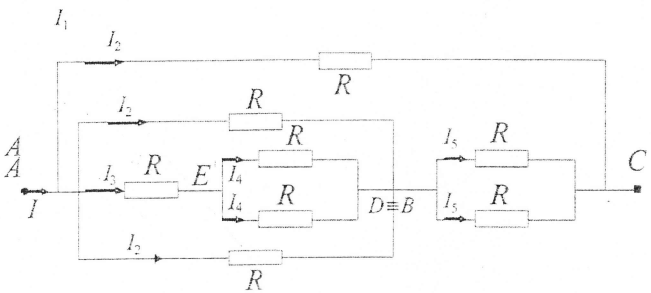
$W = \left(m_{apa}c_{apa} + C_{vas}\right)\Delta\theta'(2)$; din relațiile (1) și (2) obținem:

$W' = \left(m_{apa}c_{apa} + C_{vas}\right)\left(\Delta\theta' - \Delta\theta\right)$.

Randamentul $\eta = \frac{W'}{W} = \frac{\Delta\theta' - \Delta\theta}{\Delta\theta} = 5\%.$

B. Rezistența conductorului OA_1 este în serie cu cea a conductorului A_1A_2. Rezistența echivalentă, $2R$, este în paralel cu rezistența $2R$ a conductorului OA_2, deci rezistența echivalentă este R. Analog, rezistența echivalentă, inclusiv OA_{2011} este R. Deci, rezistența echivalentă a circuitului între bornele OA_{2012} este $\frac{2R}{3}$.

C. *a)* Deoarece fiecare conductor are aceeași rezistență, planul $AECA$ este plan de simetrie, punctele B și D au același potențial, deci pot fi unite printr-un fir prin care nu trece curent electric. Schema echivalentă este cea din figura următoare:



Rezistența electrică este: $R_{AC} = \frac{7R}{15}$.

b) Utilizând proprietățile grupărilor de rezistori în serie și în paralel, dar și legea lui Ohm pentru elementele rezistive de circuit, se obțin relațiile:

$U = RI_1$, $U = R_{AC}I(1)$, $(I - I_1)R_{BC} = I_5R$, $R_{BC} = \frac{R}{2}(2)$,

$R_{BC}\left(\frac{U}{R_{AC}} - \frac{U}{R}\right) = I_5R$; ținând seama de rezistențele echivalente

obținem: $I_5 = \frac{4U}{7R}$;

$I_1 = 7I_4$, $I_2 = 3I_4$, $I_3 = 2I_4$, $I_5 = 4I_4$.

Curentul electric cu intensitatea cea mai mică va trece prin conductoarele EB și ED, I_4, iar cel cu intensitatea maximă prin conductorul AC, $I_1 = 7I_4$,

deci $\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{I_1}{I_4} = 7.$

1.18. *a)* Tensiunea la bornele circuitului este: $U = E - I(r + R_A)$. Intersecția cu axele: $I = 0$ obținem $U = E$,

$U = 0$, obținem $I = \frac{E}{r + R_A} = I_{sc}$.

Deci $I_{sc} = 6$ A, de unde obținem $r = \frac{E}{I_{sc}} - R_A = 2{,}1\ \Omega$.

Din grafic (din asemănarea triunghiurilor) putem scrie:

$\frac{E - 15\text{V}}{E} = \frac{1\text{A}}{6\text{A}} \Rightarrow E = 18\text{V}$;

$I = \frac{E}{R + R_A + r} \Rightarrow R = \frac{E}{I} - (R_A + r) = 15\Omega$

b) $I_0 = \frac{I_{sc}}{2} \Rightarrow R = r + R_A$, puterea dezvoltată pe circuitul exterior este maximă

$P = \frac{E^2}{4(r + R_A)} = 27\,\text{W}$ $\eta = \frac{R}{R + r + R_A} = \frac{r + R_A}{2(r + R_A)} = 0{,}5.$

c) În paralel cu ampermetrul trebuie introdus un rezistor de rezistență:

$R_s = \frac{R_A}{\frac{I}{I_{max}} - 1} = 0{,}45\Omega$

Rezistența ampermetrului după modificare este: $R_A' = \frac{I_{max}R_A}{I} = 0{,}3\Omega$.

1.19. ***a)*** $I_D = \dfrac{E}{r+\dfrac{R}{2}} \Rightarrow E = \dfrac{I_D(R+2r)}{2}$ (1), $I_E = \dfrac{E}{r+\dfrac{3R}{4}} \Rightarrow E = \dfrac{I_D(3R+4r)}{4}$ (2).

Din rezolvarea ecuațiilor (1) și (2) obținem: $R = 4r \Rightarrow r = 2\Omega$ și $E = 24\text{V}$,

$I_B = \dfrac{E}{r+\dfrac{R}{4}} = 6\text{A}$.

b) Când cursorul se află în poziția A, ampermetrul indică curentul de scurtcircuit:

$I_A = \dfrac{E}{r} \Rightarrow I_A = 12\text{A}$,

iar voltmetrul:

$U_A = E - I_A r \Rightarrow U_A = 0$.

c) Graficul – figura 1.19.c.R

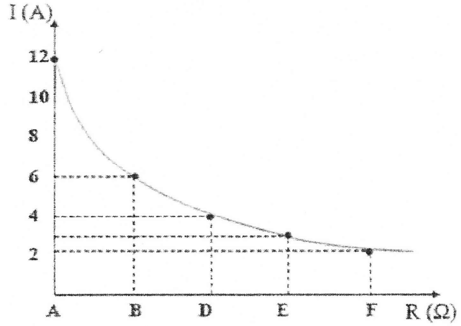


Figura 1.19.c.R

1.20. ***a)*** Schema circuitului este cea din figura 1.20.a.R.

Ecuația dreptei de sarcină: $I = \dfrac{E}{r} - \dfrac{U}{r}$.

Graficul corespunzător tabelului 1 este reprezentat în figura 1.20.a.R

Din grafic determinăm tensiunea electromotoare și intensitatea curentului de scurtcircuit:

$E = 4{,}5\text{V}$, $r = \dfrac{E}{I_{sc}} = 5\Omega$.

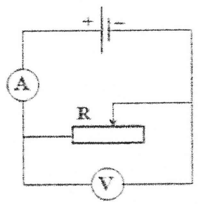


Figura 1.20.a.R

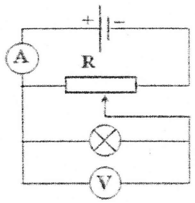


Figura 1.20.b.R

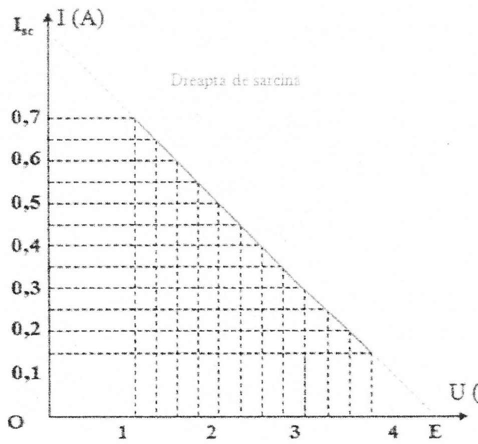


Figura 1.20.a.R

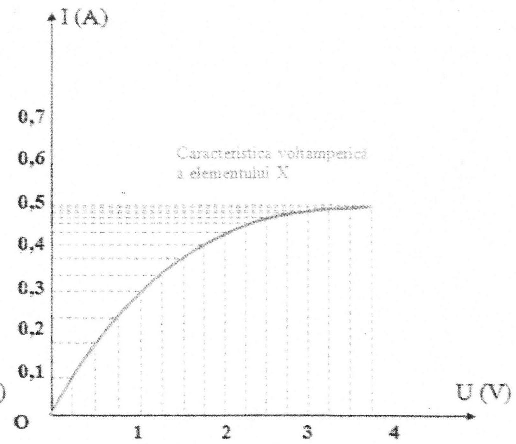


Figura 1.20.b.R

b) Graficul corespunzător tabelului 2 este reprezentat în figura 1.20.b.R.

Schema circuitului este cea din figura 1.20.b.R.

Caracterizarea elementului X:

Este un element neliniar de circuit. Având în vedere că se observă și o lumină, se poate presupune că este un bec electric cu filament sau un conductor din material greu fuzibil, care devine incandescent când curentul care îl străbate trece de o anumită valoare. Rezistența conductorului crește cu creșterea temperaturii, ceea ce duce la rate de creștere diferite ale curentului care străbate elementul.

c) Graficul pentru determinarea punctului de funcționare a elementului X este reprezentat în figura 1.20.c.R.

Punctul de funcționare corespunde intersecției dintre dreapta de sarcină și caracteristica voltamperică a elementului X. Comparând graficul cu cele două tabele de valori culese, rezultă: $I = 0{,}45\text{A}$, $U = 2{,}25\text{V}$.

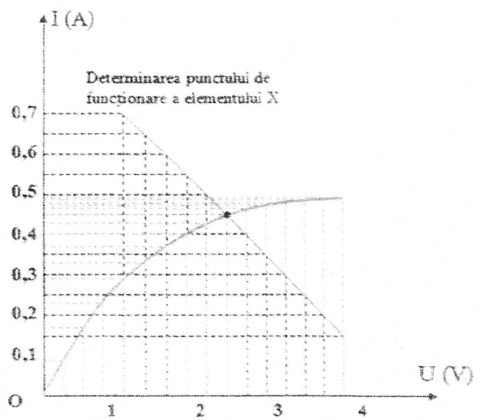


Figura 1.20.c.R

B. Probleme de nivel mediu

1.1. ***a)*** vertical în jos; ***b)*** orizontal spre dreapta; ***c)*** orizontal spre stânga.

1.2. În toate cele trei cazuri sensul curentului este de la B la A.

1.3. $T = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}}{s^2\cdot\mathrm{A}\cdot\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2}$.

1.4. $F = BI\ell = 3\,\mathrm{mN}$.

1.5. $I = \dfrac{F}{B\ell} = 3\mathrm{A}$.

1.6. Din condiția de echilibru pentru conductorul AB în cele două cazuri,

avem: $2k\Delta\ell = mg\,(1); BI\ell = mg\,(2) \Rightarrow\; BI\ell = 2k\Delta\ell \Rightarrow I = \dfrac{2k\Delta\ell}{B\ell} = 1\mathrm{A}$.

1.7. $\Phi = BS_n = B\pi r^2 = 7{,}85\cdot10^{-3}\,\mathrm{Wb}$.

1.8. $e = B\ell v = 0{,}6\mathrm{V}$.

1.9. $I = \dfrac{F}{B\ell} = 20\mathrm{A}$.

1.10. $F = BI2r = 1{,}2\,\mathrm{N}$.

1.11. Din condiția de echilibru în cele două cazuri obținem: $B = \dfrac{G_1 - G_2}{I\ell} = 40\,\mathrm{mT}$.

1.12. Forța electromagnetică este orientată vertical în jos. Din condiția de echilibru

obținem: $2F' - mg = BI\ell \Rightarrow I = \dfrac{2F' - mg}{B\ell} = 10\,\mathrm{A}$.

1.13. $\mathrm{Wb} = \dfrac{\mathrm{Kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2}$.

1.14. $\Phi_{min} = 0\mathrm{Wb};\quad \Phi_{max} = NB\ell^2 = 0{,}03\mathrm{Wb}$.

1.15. $e = B\ell v = 1{,}8\mathrm{V}$.

C. Probleme de performanță

1.1. ***a)*** $\mathrm{M} = F\ell = BIL\ell = 28{,}8\cdot10^{-3}\,\mathrm{Nm}$.

b) Cuplul este maxim când brațul este maxim, această situație se obține remodelând cadrul sub forma unui pătrat cu latura $\ell = 7\,\mathrm{cm}$.

$\mathrm{M} = BI\ell^2 = 29{,}4\cdot10^{-3}\,\mathrm{Nm}$.

1.2. ***a)*** $I = \dfrac{E}{\dfrac{4\rho\ell}{\pi d^2} + R + R_c + r} = 1\mathrm{A}$.

b) Aplicăm regula mâinii stângi și obținem că sensul forței este vertical în jos (coincide cu sensul accelerației gravitaționale).

c) $F = BI\ell' = 8\,\mathrm{mN}$.

1.3. ***a)*** Sensul curentului prin conductor este de la N la M (conform regulii mâinii drepte).

$e = B\ell v = 6\mathrm{V};\quad I = \dfrac{e}{R+r} = \dfrac{B\ell v}{R+r} = 30\mathrm{A}$.

b) $F = BI\ell = 18\mathrm{N}$

Conform regulii mâinii stângi, sensul forței electromagnetice este pe orizontală spre rezistor.

c) $P_m = Fv = 180\mathrm{W}$.

d) $P_e' = rI^2 = 90\mathrm{W};\quad P_e = (R+r)I^2 = 180\mathrm{W}$.

CAPITOLUL 4

Fenomene optice

1. Reflexia luminii. Oglinzi plane
2. Refracția luminii. Lentile
3. Instrumente optice

CAPITOLUL 4

Fenomene optice

I. ENUNȚURI

1. Reflexia luminii. Oglinzi plane

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Unghiul dintre raza incidentă și raza reflectată este de 90°. Care este valoarea unghiului de incidență?

1.2. O rază de lumină cade pe o oglindă plană sub un unghi $\alpha = 30°$ față de aceasta. Care este valoarea unghiului de incidență?

1.3. Unghiul dintre raza incidentă și normala în punctul de incidență este de 25°. Care este valoarea unghiului de reflexie?

1.4. Distanța dintre o sursă luminoasă și imaginea acesteia într-o oglindă plană este $D = 40\,\text{cm}$. Care este distanța dintre obiect și oglinda plană?

1.5. Reprezintă razele de lumină necesare pentru a construi imaginea florii din figura 1.5 în oglinda plană.

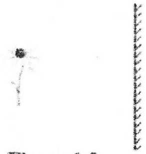


Figura 1.5

1.6. Distanțele astronomice se exprimă în ani-lumină (1 an-lumină reprezintă distanța parcursă de lumină timp de 1 an de zile). Exprimă în kilometri distanța de 1 an-lumină.

B. Probleme de nivel mediu

1.1. Te apropii de o oglindă plană, montată pe un perete vertical, cu viteza $v = 1\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Calculează viteza cu care se apropie imaginea ta din oglindă față de tine.

1.2. O rază de lumină ajunge pe o oglindă plană sub un unghi de incidență $i = 20°$. Se rotește oglinda cu un unghi $\alpha = 10°$ (vezi figura 1.2.). Calculează unghiul de reflexie și unghiul cu care se rotește raza reflectată.

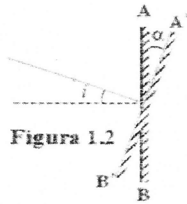


Figura 1.2

1.3. O sursă luminoasă este la distanța d_1 față de o oglindă plană. Dacă sursa se apropie cu $a = 10\,\text{cm}$ de oglindă, distanța dintre sursa luminoasă și imaginea acesteia devine $D = 40\,\text{cm}$. Calculează distanța inițială d_1 dintre sursă și oglindă.

1.4. Pune un creion între două oglinzi plane paralele. Câte imagini ale creionului vezi când privești în una dintre oglinzi?

1.5. O floare se află între două oglinzi plane care formează între ele un unghi de 90° (figura 1.5.). Construiește imaginile florii în cele două oglinzi.

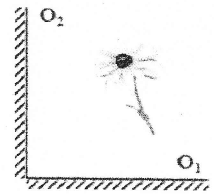


Figura 1.5

1.6. În figura 1.6 sunt reprezentate raze de lumină incidente pe oglinzi plane. Identifică poziția oglinzilor pentru fiecare situație în parte.

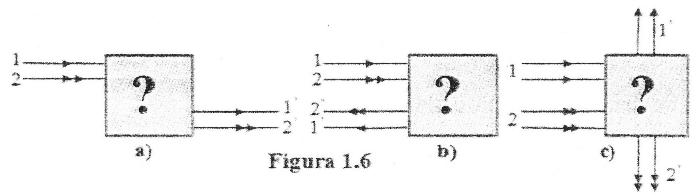


Figura 1.6

1.7. Ești în autobuz și observi prin reflexie pe geamul de lângă tine obiecte de pe stradă. Precizează care este poziția obiectelor din exteriorul autobuzului pe care le vezi prin reflexie.

1.8. Te deplasezi cu bicicleta pe lângă un gard înalt. Precizează dacă este posibil să-ți depășești umbra.

1.9. Adi trece seara cu viteza $v_1 = 1{,}5\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pe sub o lampă electrică montată pe un stâlp de iluminat. Știind că el are înălțimea $h = 1{,}5\,\text{m}$ și că umbra lui se deplasează cu viteza $v_2 = 2\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, determină înălțimea la care este montată lampa de iluminat.

1.10. Două oglinzi plane formează între ele un unghi $\alpha = 60°$. Pe una dintre oglinzi ajunge o rază luminoasă sub unghiul $\alpha = 60°$ față de aceasta. Calculează unghiul de reflexie pe cea de-a doua oglindă și unghiul dintre raza incidentă pe prima oglindă și raza reflectată de ce-a de-a doua oglindă.

C. Probleme de performanță

1.1. Un copil privește într-o oglindă plană și constată că imaginea lui se vede în întregime. Înălțimea copilului este $h = 140\,\text{cm}$, iar distanța de la ochi la creștetul capului este $a = 12\,\text{cm}$ (vezi figura 1.1). Determină:

a) lungimea minimă a oglinzii;

b) distanța la care este montată oglinda față de podea;

c) distanța la care trebuie să stea copilul față de oglindă pentru a se vedea în întregime.

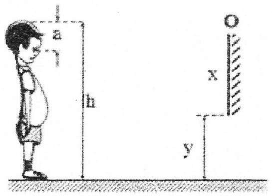


Figura 1.1

1.2. Te apropii de o oglindă plană suspendată la o anumită înălțime, ca în figura 1.2, unghiul $\alpha = 10°$.

a) Ce parte a corpului vei vedea prima dată în oglindă?

b) Considerând că ochii tăi sunt la distanța $a = 10\,\text{cm}$ față de creștetul capului, iar înălțimea ta este $h = 160\,\text{cm}$ și oglinda suficient de mare, determină distanța maximă la care te poți vedea în întregime.



Figura 1.2.

1.3. Sursa punctiformă S se află la distanța d pe dreapta ce trece prin centrul unei oglinzi plane cu diametrul a. Paralel cu oglinda, la distanța $3d$ față de aceasta, se află un perete pe care se formează o pată luminoasă cu formă de cerc.

a) Reprezintă razele luminoase reflectate de oglindă care formează pata luminoasă pe perete.

b) Calculează diametrul petei luminoase de pe perete. Aplicație numerică: $a = 20\,\text{cm}$.

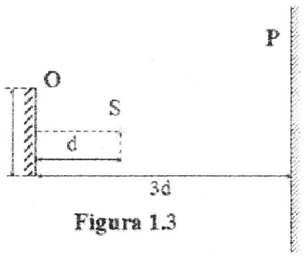


Figura 1.3

1.4. Un gândăcel G se află în repaus pe o masă orizontală, la distanța $d = 30\,\text{cm}$ față de capătul unei oglinzi plane, așezată vertical, de lungime $L = 20\,\text{cm}$ (vezi figura). Un observator O se poate deplasa față de gândăcel pe o direcție paralelă cu oglinda, în planul mesei. Calculați distanța minimă, respectiv maximă, la care se poate afla observatorul față de gândăcel, pentru a putea vedea imaginea acestuia în oglindă.

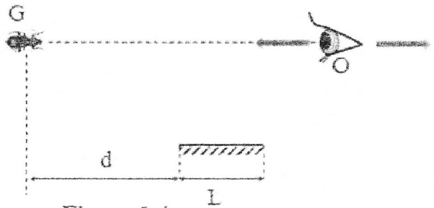


Figura 1.4

Subiect propus la OJF 2009 de:
prof. Carmen Antonescu, Liceul de Arte „Bălașa Doamna" – Târgoviște
prof. Petrică Plitan, Colegiul Național „Gheorghe Șincai" – Baia Mare

1.5. Într-o zi însorită ai urcat pe un deal cu înălțimea $h = 300\,\text{m}$, la poalele căruia se află un lac. La un moment dat, privind deasupra planului orizontal al ochilor tăi sub un unghi $\alpha = 30°$, ai observat un elicopter. Imaginea elicopterului în apa lacului ai observat-o privind pe o direcție ce formează cu planul orizontal al ochilor tăi un unghi $\beta = 60°$. La ce înălțime, față de suprafața apei, se afla elicopterul în momentul când l-ai observat? Suprafața apei lacului este plană și orizontală. Neglijează înălțimea ta în comparație cu înălțimea dealului.

Subiect propus la ONF 2008 de:
prof. Florin Măceșanu, Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria
prof. Victor Stoica, ISMB, București.

2. Refracția luminii. Lentile

A. Probleme de nivel elementar

2.1. Determină viteza de propagare a luminii în apă cunoscând indicele de refracție absolut al apei $n = 4/3$.

2.2. Un fascicul foarte îngust de lumină (provenit de la un mic laser) ajunge sub un unghi de incidență $i = 30°$ pe suprafața apei dintr-un vas. Cunoscând indicii de refracție pentru aer $n_1 = 1{,}00$, respectiv apă $n_2 = 4/3$, determină unghiul de refracție.

2.3. O rază de lumină ajunge la suprafața dintre sticlă și aer sub unghiul de incidență $i = 42°$. Calculează unghiul de refracție. Ce fenomen fizic se produce dacă unghiul de incidență crește? Se cunosc indicii de refracție: $n_{sticlă} = 1{,}50$, $n_{aer} = 1{,}00$.

2.4. O floare este la distanța f (f – distanța focală) de focarul obiect al unei lentile convergente perpendicular pe axa optică principală. Reprezintă razele de lumină necesare pentru formarea imaginii date de lentilă.

2.5. Distanța dintre un obiect și imaginea reală a acestuia dată de o lentilă subțire este $4f$. Precizează tipul lentilei și reprezintă razele de lumină necesare pentru formarea imaginii.

2.6. Distanța focală a unei lentile este $f = 50\,\text{cm}$. Precizează tipul lentilei și calculează convergența.

2.7. Imaginea dată de o lentilă este reală, răsturnată și mai mare decât obiectul. Estimează poziția obiectului față de lentilă și construiește imaginea.

B. Probleme de nivel mediu

2.1. O monedă se află într-un vas cu apă. Privești moneda perpendicular pe suprafața apei. Reprezintă poziția aparentă a monedei.

2.2. Privind perpendicular spre o piatră aflată în apă, estimezi că este la adâncimea $h = 45\,\text{cm}$. Care este adâncimea reală la care se află piatra? Se cunosc indicii de refracție: $n_{aer} = 1,00$, $n_{apa}' = 4/3$.

2.3. Privești un pește aflat în repaus sub un unghi $\alpha = 60°$ față de suprafața apei. Stabilește poziția reală a peștelui, cunoscând adâncimea la care se află, $h = 50\,\text{cm}$. Se cunosc indicii de refracție: $n_{aer} = 1,00$, $n_{apa} = 4/3$.

2.4. Unghiul limită pentru două medii optice este $i = 42°$. Știind viteza de propagare a luminii în mediul în care trece lumina $v_2 = 3 \cdot 10^8\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, calculează viteza luminii în mediul în care lumina este incidentă.

2.5. Într-o bucată de sticlă este montat un led. Distanța dintre led și suprafața de separare sticlă – aer este $d = 10\,\text{cm}$. Calculează raza cercului luminos care se vede pe sticlă. Se cunosc indicii de refracție: $n_{aer} = 1,00$, $n_{st.} = 1,5$.

2.6. În figura 2.6 este redată imaginea virtuală a unui obiect, pe care o formează o lentilă convergentă subțire. Identifică poziția obiectului.

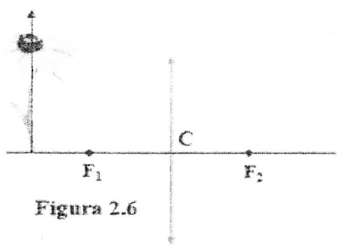


Figura 2.6

2.7. Distanța focală a unei lentile subțiri este $f = -20\,\text{cm}$. În fața lentilei, perpendicular pe axa optică, este așezat un obiect liniar la distanța $p = 30\,\text{cm}$ față de lentilă. Reprezintă razele luminoase necesare pentru formarea imaginii și calculează distanța față de lentilă la care se formează imaginea.

2.8. Convergența unei lentile subțiri este $C = 10\,\text{dioptrii}$. În fața lentilei, perpendicular pe axa optică, este așezat un obiect liniar la distanța $p = 30\,\text{cm}$ față de lentilă. Reprezintă razele luminoase necesare pentru formarea imaginii și calculează distanța față de lentilă la care se formează imaginea.

2.9. Înălțimea imaginii unui obiect este de 2 ori mai mare decât obiectul. Știind că distanța focală este $f = 12\,\text{cm}$, reprezintă razele luminoase necesare pentru formarea imaginii și calculează distanța la care este așezat obiectul.

2.10. Un obiect liniar este așezat la distanța $p = 10\,\text{cm}$ în fața unei lentile subțiri. Știind că imaginea se formează la distanța $p' = 5,45\,\text{cm}$ față de lentilă, calculează distanța focală a lentilei. Reprezintă razele luminoase pentru formarea imaginii.

C. Probleme de performanță

2.1. Un obiect liniar cu lungimea $\ell = 10\,\text{cm}$ este așezat în fața unei lentile convergente cu distanța focală $f = 10\,\text{cm}$, ca în figura 2.1. Distanța dintre capătul A al obiectului și lentilă este $p_1 = 20\,\text{cm}$, iar unghiul sub care este înclinat obiectul față de axa optică principală este $\alpha = 60°$. Reprezintă razele de lumină pentru formarea imaginii și calculează distanța dintre extremitățile imaginii formate de lentilă.

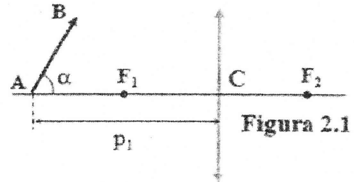


Figura 2.1

2.2. O buburuză zboară cu viteza $v = 5\,\text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$ pe o direcție paralelă cu axa optică principală, la distanța $a = 5\,\text{cm}$ de aceasta, spre o lentilă cu distanța focală $f = 20\,\text{cm}$. Inițial, buburuza și imaginea ei în lentilă au dimensiuni egale.

a) Determină poziția inițială a buburuzei față de lentilă și distanța la care se formează imaginea față de axa optică principală.

b) Calculează după cât timp imaginea buburuzei este de două ori mai mare și la ce distanță este imaginea față de axa optică principală.

2.3. În figura 2.3, S reprezintă o sursă luminoasă punctiformă aflată la distanța $p = 30\,\text{cm}$ față de o lentilă subțire, S' este imaginea acesteia dată de lentilă, iar OO' este axa optică principală. Distanța dintre imaginea S' și lentilă este $p' = -12\,\text{cm}$.

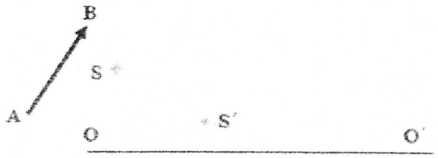


Figura 2.3

a) Identifică tipul lentilei și stabilește poziția focarelor optice principale.

b) Calculează distanța focală a lentilei.

c) Capetele unui obiect liniar se află la distanțele $p_1 = 50\,\text{cm}$ (A), respectiv $p_2 = 40\,\text{cm}$ (B) față de lentilă; calculează distanțele la care se formează imaginile punctelor A și B față de lentilă.

2.4. Extremitățile unui obiect liniar sunt față de o lentilă subțire la distanțele $p_1 = 20\,\text{cm}$, respectiv $p_2 = 15\,\text{cm}$.
Distanța dintre punctele A și A' măsurată pe axa optică principală este $d = 40\,\text{cm}$. Obiectul și imaginea lui dată de lentilă sunt reprezentate în figura 2.4.

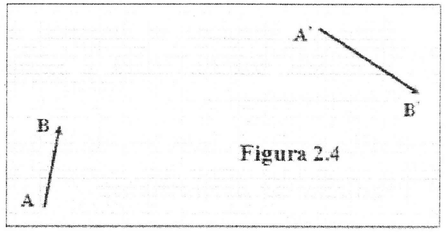
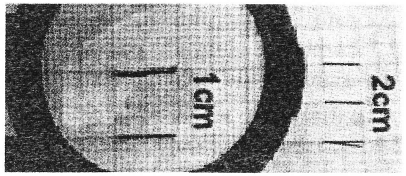


Figura 2.4

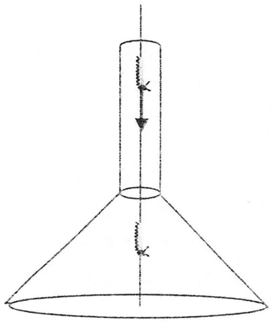
a) Identifică tipul lentilei, poziția, centrul optic, axa optică principală și focarele optice principale.
b) Calculează convergența lentilei și distanța dintre punctul B' și lentilă (măsurată pe axa optică principală).

2.5. **A.** Un fascicul paralel cilindric de lumină are diametrul D și se propagă spre o lentilă având axul suprapus peste axul principal al lentilei. După traversarea lentilei, se formează o pată luminoasă circulară cu diametrul $d_1 = 8\,\text{mm}$, mai mic decât al fasciculului, pe un ecran situat la distanța $b_1 = 30\,\text{cm}$ de lentilă, paralel cu aceasta. Dacă ecranul este depărtat, pata de lumină se micșorează din ce în ce mai mult, iar la $b_2 = 40\,\text{cm}$ de lentilă, pata formată are diametrul $d_2 = 4\,\text{mm}$.



1. Aflați distanța focală a lentilei.
2. Se așază lentila paralel cu o foaie milimetrică și se constată că 1 cm vizat prin lentilă se vede în realitate ca având 2 cm (vezi figura). Determinați mărirea transversală, distanța x_1 la care se află lentila față de foaie și distanța x_2 față de lentilă la care se formează imaginea.

B. O pâlnie metalică cu unghiul deschiderii conice de 90°, de oțel inoxidabil lustruit oglindă, este situată pe o suprafață orizontală, cu porțiunea cilindrică de rază r poziționată în sus. Prin centrul pâlniei, pe un fir de păianjen rectiliniu, coboară cu viteza v o omidă subțire fluorescentă de lungime ℓ.



1. Descrieți forma, poziția și viteza imaginii omidei, fără a analiza regimul de trecere din zona cilindrică în pâlnia conică.
2. Determinați vitezele relative reciproce ale imaginilor.

Subiect propus la OJF 2007 de:
prof. Stoica Victor, Școala nr. 165, București
prof. Băraru Ion, Colegiul Național „Mircea cel Bătrân", Constanța

2.6. O albină (considerată punctiformă) zboară spre o lentilă convergentă subțire, paralel cu axa optică principală (la distanță mică față de această axă) cu viteza constantă $v = 5\,\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$. În momentul inițial $(t_0 = 0\,\text{s})$, atât albina, cât și imaginea sa în lentilă se află la aceeași distanță $d = 40\,\text{cm}$.
a) Stabilește pe cale grafică poziția imaginii albinei, în lentilă, la momentul inițial.
b) Calculează convergența lentilei, precum și viteza medie, pe direcția axei optice, a imaginii albinei între momentul inițial și momentul $t_1 = 3\,\text{s}$.
c) Calculează distanța la care se formează imaginea albinei față de lentilă la momentul $t_2 = 5\,\text{s}$ și precizează natura imaginii.

Subiect propus la ONF 2008 de:
prof. Florin Măceșanu, Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria
prof. Victor Stoica, ISMB, București

2.7. O lentilă subțire, a cărei convergență este $|C_1| = 10\,\text{dioptrii}$, formează, pentru un obiect așezat perpendicular pe axa optică principală, o imagine virtuală, dreaptă și mai mică decât obiectul, indiferent de poziția obiectului față de lentilă. O a doua lentilă formează o imagine reală la distanța $p' = 22{,}5\,\text{cm}$, pentru un obiect așezat perpendicular pe axa optică principală la distanța $p = 45\,\text{cm}$.
a) Precizează tipul lentilelor și determină distanțele focale.
b) Cele două lentile se pun una lângă cealaltă (distanța dintre centrele lor optice este nulă), astfel încât să aibă aceeași axă optică principală.
În fața sistemului format se așază, perpendicular pe axa optică principală, un obiect la distanța $p_1 = 30\,\text{cm}$. Calculează distanța la care se formează imaginea finală dată de sistemul celor două lentile.
c) Se pun lentilele la distanța $d = 5\,\text{cm}$ una de alta, având aceeași axă optică principală. Reprezintă razele de lumină dintr-un fascicul luminos incident pe lentila convergentă, paralel cu axa optică principală, care traversează sistemul de lentile.

Subiect propus la Concursul Național de Fizică „Evrika!" 2008, de:
prof. Florin Măceșanu, Școala „Ștefan cel Mare", Alexandria
prof. Victor Stoica, ISMB, București

3. Instrumente optice

A. Probleme de nivel elementar

3.1. O lupă are distanța focală $f=2\,\text{cm}$. Calculează convergența lupei.

3.2. Ce fel de lentile trebuie să aibă ochelarii unei persoane care suferă de:
a) miopie; b) hipermetropie?

3.3. Care sunt caracteristicile imaginii pe care o formează ochiul ca instrument optic?

3.4. Trasează razele de lumină necesare pentru a reprezenta modul în care se formează imaginea într-un aparat de fotografiat.

3.5. Trasează razele de lumină necesare pentru a reprezenta modul în care se formează imaginea într-un microscop.

B. Probleme de nivel mediu

3.1. Profesorul de fizică ține cartea la distanța de 50 cm față de ochi pentru a vedea să citească. Care este defectul de vedere al cristalinului? Calculează convergența ochelarilor de care are nevoie profesorul pentru a ține cartea la distanța vederii optime (25 cm).

3.2. Distanța dintre o lupă și obiectul observat este $p=4\,\text{cm}$. Știind convergența lupei $C=20\,\text{dioptrii}$, determină:
a) distanța focală; *b)* distanța la care se formează imaginea; *c)* reprezintă razele necesare pentru formarea imaginii și precizează caracteristicile acesteia.

3.3. Mara poartă lentile de contact de convergență $C=2\,\text{dioptrii}$ pentru a putea citi când ține cartea la distanța vederii optime 25 cm. Determină distanța la care Mara vede clar fără a avea lentilele de contact.

3.4. Un miop are distanța vederii clare 10 cm. Determină convergența lentilelor ochelarilor de care are nevoie pentru a citi când ține cartea la distanța vederii optime.

3.5. O fotografie este făcută cu un aparat de fotografiat reglat pentru o viteză de obturare „125". Calculează timpul de expunere cu care a fost făcută fotografia.

3.6. O clădire cu înălțimea de 15 m este fotografiată de la o distanță de 76 m cu un aparat cu distanța focală de 38 mm. Calculează înălțimea imaginii obținute pe filmul fotografic.

3.7. Obiectivul și ocularul unui microscop au distanțele focale $f_1=4\,\text{mm}$, respectiv $f_2=2\,\text{cm}$, iar lungimea optică este $e=20\,\text{cm}$. Calculează puterea optică și grosismentul microscopului.

3.8. Un obiect este așezat la distanța $p=5{,}2\,\text{mm}$ de obiectivul unui microscop. Știind că mărirea liniară a obiectivului este 25, calculează distanța focală a obiectivului.

3.9. Pentru fotografierea unui obiect, se folosește un aparat fotografic al cărui obiectiv are distanța focală $f=12\,\text{cm}$. Poziția obiectului față de obiectiv este $p=15\,\text{cm}$, iar placa fotografică este la distanța $p'=20\,\text{cm}$ față de obiectiv. Calculează distanța focală a unei lentile ce trebuie asociată obiectivului pentru ca imaginea obiectului să se formeze clar pe placa fotografică.

3.10. Obiectivul și ocularul unui microscop cu lungimea optică $e=12{,}2\,\text{cm}$ au distanțele focale $f_1=5\,\text{mm}$, respectiv $f_2=3\,\text{cm}$. Un obiect este situat la distanța $p_1=5{,}2\,\text{mm}$ față de obiectiv. Calculează distanța față de ocular la care se formează imaginea dată de microscop.

3.11. Un obiect se află la distanța $p=15\,\text{cm}$ de obiectivul unui aparat de fotografiat. Știind că poziția imaginii obiectului pe filmul fotografic este la distanța $p'=75\,\text{mm}$ de obiectiv, determină convergența obiectivului.

3.12. Înălțimea imaginii unui obiect pe o fotografie este de 5000 de ori mai mică decât obiectul. Știind că obiectul s-a aflat la o distanță de 800 m de aparatul fotografic, determină distanța focală a obiectivului aparatului.

C. Probleme de performanță

3.1. Se fotografiază un obiect cu înălțimea $y=2\,\text{m}$ aflat la distanța $p=6\,\text{m}$ cu un aparat de fotografiat al cărui obiectiv are distanța focală $f=35\,\text{mm}$. Determină:
a) distanța față de obiectiv la care se formează imaginea obiectului pe film;
b) înălțimea imaginii obiectului pe film.

3.2. Obiectivul unui microscop are distanța focală $f_1=1\,\text{cm}$. Distanța dintre planul focal imagine al obiectivului și planul focal obiect al ocularului este $e=16\,\text{cm}$.
a) Să se calculeze mărirea liniară transversală a obiectului a obiectivului în cazul punerii la punct pentru infinit.
b) Care trebuie să fie convergența ocularului, pentru ca grosismentul comercial al microscopului să fie $G_c=160$?

3.3. Imaginea dată de obiectivul unui microscop se formează la $p' = 16\text{cm}$ de obiectiv și este de 19 ori mai mare decât obiectul. Convergența ocularului este $C_2 = 40\text{dioptrii}$, iar imaginea dată de microscop se formează la distanța vederii optime $\delta = 25\text{cm}$ (p_2'). Să se determine:

a) distanța focală a obiectivului;
b) mărirea liniară dată de microscop;
c) distanța dintre centrul optic al obiectivului și cel al ocularului.

3.4. Obiectivul și ocularul unui microscop au distanțele focale $f_1 = 16\text{mm}$, respectiv $f_2 = 25\text{mm}$, iar distanța dintre centrele lor optice este $d = 22{,}1\text{cm}$. Microscopul este pus la punct astfel ca imaginea dată de obiectiv să se formeze în planul focal obiect al ocularului (punere la punct pentru infinit). Să se determine:

a) lungimea optică (intervalul optic);
b) distanța la care este așezat obiectul față de obiectiv;
c) puterea microscopului.

CAPITOLUL 4

Fenomene optice

II. REZOLVĂRI

1. Reflexia luminii. Oglinzi plane

A. Probleme de nivel elementar

1.1. Din enunț avem $i + r = 90°$, din legile reflexiei $i = r$, deci $i = 45°$.

1.2. $\alpha + i = 90° \Rightarrow i = 90° - \alpha = 60°$.

1.3. $i = r = 25°$.

1.4. Obiectul și imaginea lui sunt simetrice față de oglindă.

$$D = 2d \Rightarrow d = \frac{D}{2} = 20\text{cm}.$$

1.5. Din punctul A reprezentăm 2 raze, care ajung la oglindă sub unghiuri de incidență diferite; în punctele de incidență reprezentăm normalele, reprezentăm razele reflectate cu respectarea legilor reflexiei și apoi prelungim razele reflectate; punctul lor de intersecție A' constituie imaginea punctului A. La fel procedăm pentru punctul B, după care unim punctele A' și B'.

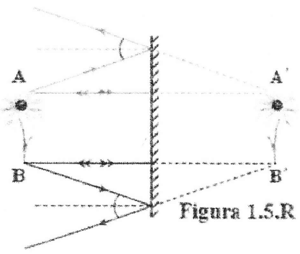


Figura 1.5.R

1.6. $1\text{an-lumină} = 300000\frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot (365 \cdot 24 + 6)3600\text{s} = 946728 \cdot 10^7\text{km}.$

B. Probleme de nivel mediu

1.1. $v' = 2v = 2\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

1.2. $i_1 = r_1 = 20°$, $i_2 = i_1 + \alpha = r_2 = 30°$, $\beta = 2r_2 - 2r_1 = 2\alpha = 20°$.

1.3. $d_1 = d_2 + a$, $d_2 = \frac{D}{2}$, $d_1 = 30\text{cm}$.

1.4. Un număr foarte mare de imagini.

1.5. Se văd 3 imagini figura 1.5.R.

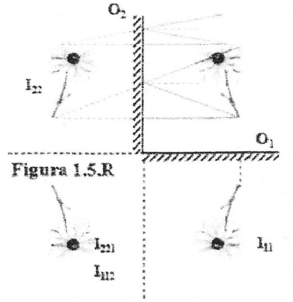


Figura 1.5.R

1.6. *a)* oglinzile sunt paralele; *b)* și *c)* oglinzile formează unghi de 90° (vezi figura 1.6.R).

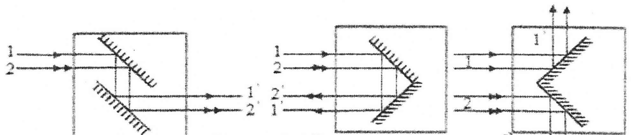


Figura 1.6.R

1.7. Vedem obiectele din fața autobuzului de pe partea opusă celei în care privim.

1.8. Poți depăși umbra dacă sursa luminoasă se deplasează cu viteză mai mare decât viteza ta.

1.9. Din asemănarea triunghiurilor putem scrie:

$$\frac{H}{h} = \frac{v_2 t}{(v_2 - v_1)t} \Rightarrow H = \frac{h \cdot v_2}{v_2 - v_1} = 6\,\text{m}.$$

1.10. $i_1 = 90° - \alpha = 30°$, $i_1 + r_1 = 60°$. $i_2 = r_2 = 30°$, unghiul dintre raza incidentă și raza reflectă este $\alpha = 60°$ (vezi figura 1.10.).

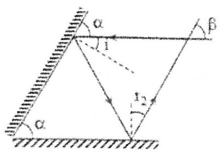


Figura 1.10

C. Probleme de performanță

1.1. *a)* În triunghiul AD'B, segmentul MN este linie mijlocie, deci

$$x = \frac{h}{2} = 70\,\text{cm}.$$

b) Având în vedere legile reflexiei, putem scrie:

$$2y = h - a \Rightarrow y = \frac{h-a}{2} = 64\,\text{cm}.$$

c) Copilul poate să stea la orice distanță față de oglindă.

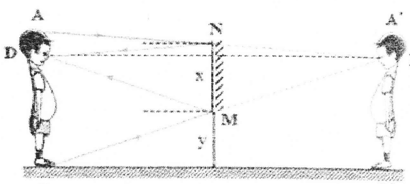


Figura 1.1.R

1.2. *a)* Apropiindu-te de oglinda plană, vei vedea prima dată încălțămintea când te afli la distanța d_1 (vezi figura 1.2.R).

$$tg 2\alpha = \frac{h-a}{d_1} \Rightarrow d_1 = \frac{h-a}{tg 2\alpha} = 4{,}67\,\text{m}$$

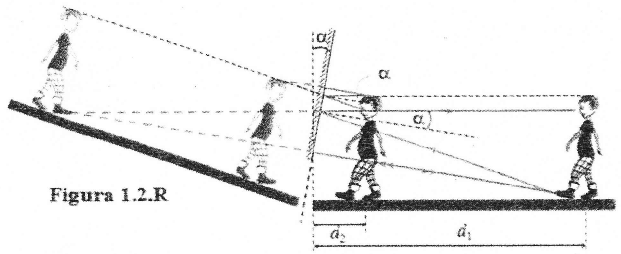


Figura 1.2.R

b) Distanța maximă la care te vezi în întregime este:

$$tg\alpha = \frac{a}{2d_2} \Rightarrow d_2 = \frac{a}{2tg\alpha} = 0{,}28\,\text{m}.$$

1.3. *a)* Pata luminoasă are diametrul AB (vezi figura 1.3.R).

b) *S'* este imaginea sursei în oglindă; în triunghiul *MS'N* oglinda este linie mijlocie, deci segmentul *MN* este egal cu $2a$. În triunghiul *AS'B*, *MN* este linie mijlocie, deci diametrul petei luminoase este: $D = 4a = 80\,\text{cm}$.

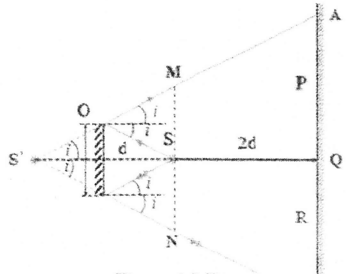


Figura 1.3.R

1.4. Conform legii reflexiei, $i = r$; imaginea se formează când o rază de la gândac, reflectată pe capătul apropiat al oglinzii, ajunge la observator (distanța minimă). Distanța maximă se obține atunci când reflexia se face pe celălalt capăt. Din congruența triunghiurilor dreptunghice obținem:

$d_{min} = 2d = 60\,\text{cm}$, $d_{max} = 2(d + L) = 100\,\text{cm}$.

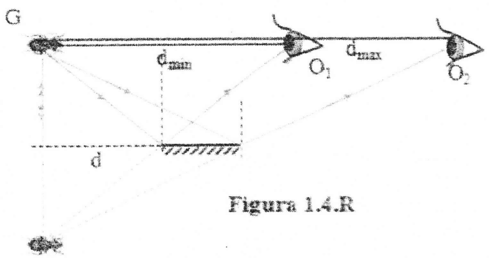


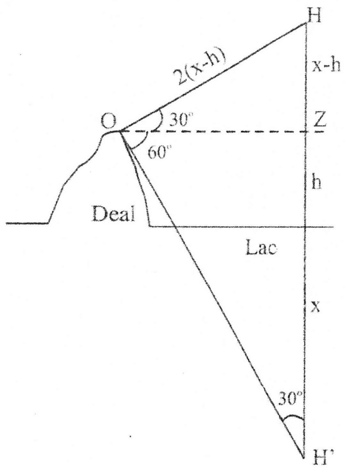
Figura 1.4.R

1.5. Rezolvarea se bazează pe proprietățile triunghiurilor dreptunghice cu unghiuri de 30° și 60°. Se știe că **ipotenuza** unui astfel de triunghi **este de două ori mai mare decât cateta care se opune unghiului de 30°**. Unghiul dintre

direcțiile de vizare spre elicopter și spre imaginea sa este de 90°. Imaginea din lac este simetrică obiectului (față de suprafața lacului).

Fie $2x$ distanța dintre obiect (H) și imagine (H'). Segmentul HH' este ipotenuza triunghiului OHH' (O este ochiul). Cateta OH din acest triunghi, având lungimea x, este ipotenuză în triunghiul OHZ (OZ fiind orizontul) și are lungimea $2(x-h)$, adică este de două ori mai mare decât cateta HZ.

Din egalitatea $2(x-h)=x$ rezultă $x=2h=600\,\text{m}$.



2. Refracția luminii. Lentile

A. Probleme de nivel elementar

2.1. $n=\frac{c}{v_{apa}} \Rightarrow v_{apa}=\frac{c}{n}=225000\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

2.2. $n_1 \sin i = n_2 \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n_1 \sin i}{n_2}=0{,}3$, $r=17{,}46°$.

2.3. $n_{sticla} \sin i = n_{aer} \sin r \Rightarrow \sin r = \frac{n_{sticla}\sin i}{n_{aer}}=1{,}00$, $r=90°$. Dacă unghiul de incidență devine mai mare de 42°, se produce fenomenul de reflexie totală.

2.4. Floarea se află la distanța $p=2f$ de lentilă. Razele de lumină necesare pentru formarea imaginii date de lentilă sunt reprezentate în figura 2.4.R.

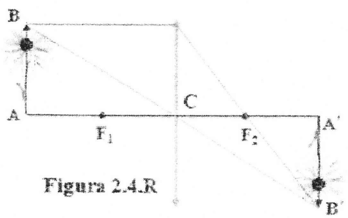


Figura 2.4.R

2.5. Lentila este convergentă. Razele de lumină necesare pentru formarea imaginii date de lentilă sunt reprezentate în figura 2.4.R.

2.6. Lentila este convergentă. $C=\frac{1}{f}=2\,\text{dioptrii}$.

2.7. Obiectul este așezat la distanța $2f>p>f$ (între f și $2f$).

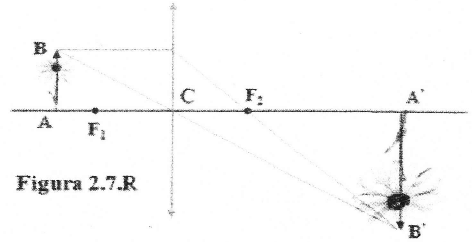


Figura 2.7.R

B. Probleme de nivel mediu

2.1. Datorită fenomenului de refracție, moneda se va vedea în A', figura 2.1.R.

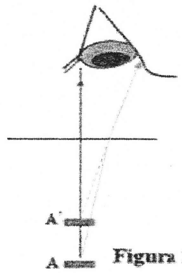


Figura 2.1.R

2.2. Piatra se va vedea în A'.
Scriem legea refracției:

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_{aer}}{n_{apa}} \ (1)$$

$$tgi=\frac{I_1I_2}{H},\ tgr=\frac{I_1I_2}{h},$$

În cazul unghiurilor mici, se poate face aproximarea $tg\alpha \approx \sin\alpha$ (3). Din relațiile (1), (2) și (3) obținem:

$$\frac{n_{aer}}{n_{apa}}=\frac{h}{H} \Rightarrow H=\frac{n_{apa}h}{n_{aer}}=60\,\text{cm}.$$

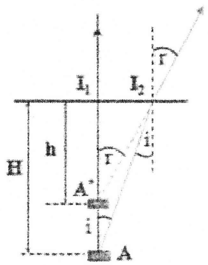


Figura 2.2.R

2.3. Lumina se refractă la trecerea din apă în aer $\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n_{aer}}{n_{apa}} \Rightarrow$

$$\sin i=\frac{n_{aer}\sin r}{n_{apa}}=0{,}375,\ i=22°.\ I_1I_2=htgi=h'tgr \Rightarrow h'=h\frac{tgi}{tgr}=35\,\text{cm}.$$

2.4. $v_2 \sin i = v_1 \sin r$, $r=90°$. $v_1=\frac{v_2 \sin i}{\sin r}=2\cdot10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2.5. $\sin i=\frac{n_{aer}\sin 90°}{n_{st}}=\frac{r}{\sqrt{d^2+r^2}} \Rightarrow$

$$r=\frac{d\cdot n_{aer}}{\sqrt{n_{st}^2-n_{aer}^2}}=8{,}94\,\text{cm}$$

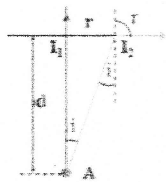


Figura 2.5.R

2.6. Obiectul este aşezat între lentilă şi focar (vezi figura 2.6.R).

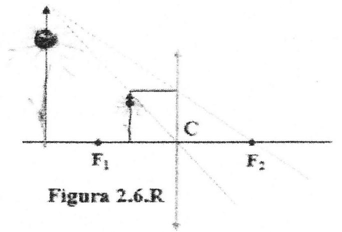


Figura 2.6.R

2.7. $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow p'=\frac{fp}{p-f}=-12\,\text{cm}$.

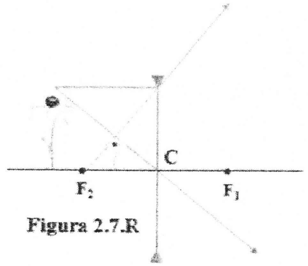


Figura 2.7.R

2.8. Vezi figura 2.8.R.

$$C=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow p'=\frac{p}{pC-1}=0{,}15\,\text{m}$$

2.9. Vezi figura 2.7.R (A).

$$\frac{y'}{y}=\frac{p'}{p}=2\Rightarrow p'=2p,$$

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{1}{p}+\frac{1}{2p}=\frac{3}{2p}\Rightarrow$$

$$p=\frac{3f}{2}=18\,\text{cm}$$

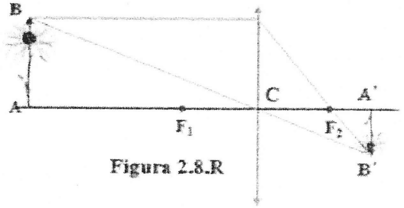


Figura 2.8.R

2.10. $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow f=\frac{pp'}{p+p'}=-12\,\text{cm}$.

C. Probleme de performanţă

2.1. Vezi figura 2.1.R. $y'=\sqrt{a^2+b^2}$,

$a=p_2'-p_1'$,

$\frac{b}{\ell\sin\alpha}=\frac{p_2'}{p_2}\Rightarrow b=\frac{p_2'\ell\sin\alpha}{p_2}$,

$p_2=p_1-\ell\cos\alpha=15\,\text{cm}$,

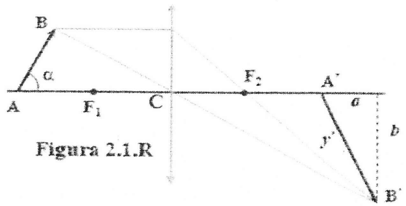


Figura 2.1.R

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}\Rightarrow p_1'=\frac{fp_1}{p_1-f}=20\,\text{cm},\ \frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}\Rightarrow p_2'=\frac{fp_2}{p_2-f}=30\,\text{cm}.$$

Cu valorile obţinute putem calcula: $a=10\,\text{cm}$, $b=17{,}32\,\text{cm}$ şi $y'=20\,\text{cm}$.

2.2. *a)* $p_1=p_1'=2f$, $\frac{a_1'}{a}=\frac{p_1'}{p_1}=1$, $a_1'=5\,\text{cm}$.

b) $\frac{y_2'}{y}=\frac{p_2'}{p_2}=2\Rightarrow p_2'=2p_2$,

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{2p_2}=\frac{3}{2p_2}\Rightarrow p_2=\frac{3f}{2}=30\,\text{cm},\ t=\frac{p_1-p_2}{v}=2\,\text{s},$$

$a''=2a=10\,\text{cm}$.

2.3. *a)* Lentila este divergentă. Pentru a stabili poziţia focarelor, procedăm astfel: trasăm o dreaptă prin punctele S şi S', intersecţia acesteia cu axa optică principală identifică centrul optic; reprezentăm lentila; ducem o rază paralelă la axa optică principală ce este refractată de lentilă, astfel încât prelungirea razei ajunge în S'; intersecţia razei refractate cu axa identifică focarul optic principal; simetric cu acesta va fi al doilea focar principal (vezi figura 2.3.R).

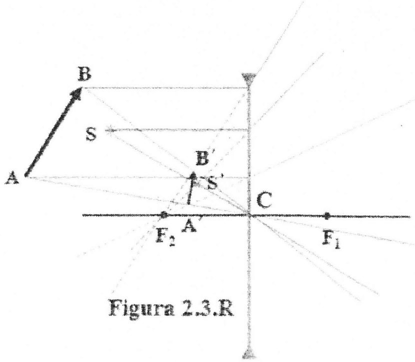


Figura 2.3.R

b) $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow f=\frac{pp'}{p+p'}=-20\,\text{cm}$.

c) $\frac{1}{f}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}\Rightarrow p_1'=\frac{fp_1}{p_1-f}=-\frac{100}{7}\,\text{cm}$,

$\frac{1}{f}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}\Rightarrow p_2'=\frac{fp_2}{p_2-f}=-\frac{40}{3}\,\text{cm}$.

(Toate distanţele p sunt măsurate pe axa optică principală.)

2.4. *a)* Lentila este convergentă. Poziţia centrului optic este la intersecţia dreptelor determinate de punctele A, A' respectiv B, B'. Al doilea punct ce aparţine lentilei este la intersecţia dreptelor AB respectiv A'B': raza incidentă ce trece prin A şi B este refractată de lentilă, astfel încât să treacă prin A' şi B'.

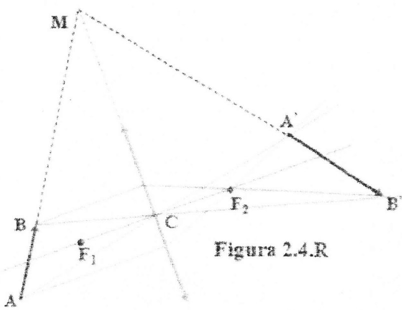


Figura 2.4.R

Lentila este pe dreapta CM. Reprezentăm axa optică principală. Din A sau B reprezentăm o rază paralelă cu axa optică principală care este refractată de lentilă și ajunge în A', intersecția cu axa optică reprezintă poziția focarului optic principal, simetric găsim poziția celui de al doilea focar. Vezi figura 2.4.R.

b) $p_1' = d - p_1 = 20\,\text{cm}$, $C = \dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_1'} \Rightarrow C = \dfrac{p_1 + p_1'}{p_1 p_1'} = 10\,\text{dioptrii}$,

$C = \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_2'} \Rightarrow p_2' = \dfrac{p_2}{p_2 C - 1} = 0{,}3\,\text{m}.$

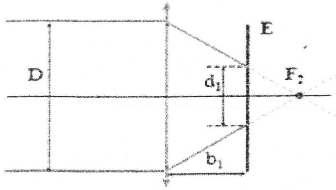


Figura 2.5.A

2.5. **A. 1)** Vezi figura 2.5.A. Din asemănarea triunghiurilor obținem: $\dfrac{d_1}{D} = \dfrac{f - b_1}{f}$,

$\dfrac{d_2}{D} = \dfrac{f - b_2}{f}$, $f = \dfrac{b_2 d_1 - b_1 d_2}{d_1 - d_2} = 50\,\text{cm}.$

2) $\beta = \dfrac{y_2}{y_1} = \dfrac{x_2}{x_1} = 2$, $\dfrac{1}{x_2} - \dfrac{1}{x_1} = \dfrac{1}{f}$,

$\beta = 2; x_2 = -50\,\text{cm}; x_1 = -25\,\text{cm}.$

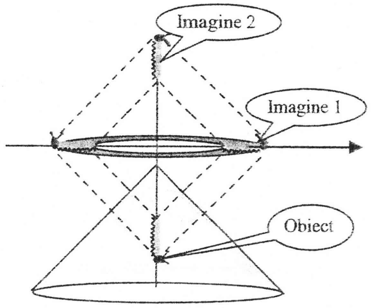


Figura 2.5.R.B

B. *Pentru zona cilindrică:*

1) Sunt o infinitate de imagini, de forma unor cilindri coaxiali cu raze 2r, 4r, 6r, etc. și generatoarea egală cu ℓ cu viteza v, în același sens ca obiectul. Imaginea 1 este o coroană circulară de grosime constantă ℓ, a cărei rază interioară crește cu viteza v.

Imaginea 2 este lineară, ca și obiectul, și de lungime ℓ; se depărtează de pâlnie cu viteza v.

2) *Pentru zona cilindrică:* Viteza relativă nulă.

Pentru zona conică: Viteza relativă a imaginii 1 față de imaginea 2 este $v\sqrt{2}$.

2.6. *a)* Vezi figura 2.6.R.

b) La momentul inițial:

$p = p' = d = 40\,cm$.

Din

$\dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{p'} = C \Leftrightarrow C = \dfrac{p + p'}{pp'} = \dfrac{2}{p} = 5\,\text{dioptrii}.$

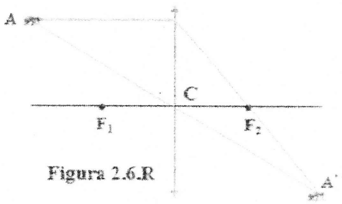


Figura 2.6.R

La momentul t_1 distanța la care se află albina față de lentilă este:

$p_1 = p - vt_1 = 25\,\text{cm}$. Din $C = \dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = \dfrac{p_1}{Cp_1 - 1} = 1\,\text{m}$, distanța măsurată pe axa optică la care se află imaginea albinei.

Distanța parcursă de imaginea albinei măsurată pe axa optică este:

$d' = p_1' - p' = 60\,\text{cm}$, iar viteza medie este $\overline{v} = \dfrac{d'}{t_1} = 12\,\text{cm}.$

c) La momentul t_2, albina se află la distanța $p_2 = p - vt_2 = 15\,\text{cm}$ față de lentilă.

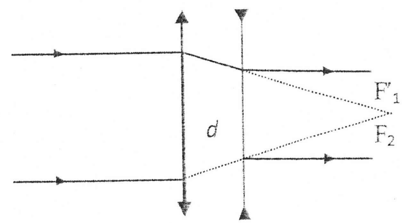
Din $C = \dfrac{1}{p_2} + \dfrac{1}{p_2'} \Rightarrow$

$p_2' = \dfrac{p_2}{Cp_2 - 1} = -0{,}6\,\text{m}$. Imaginea este virtuală.

2.7. *a)* Prima lentilă este divergentă, deoarece formează o imagine virtuală dreaptă, indiferent de poziția obiectului.

$f_1 = \dfrac{1}{C_1} = -10\,\text{cm}$,

$f_2 = \dfrac{pp'}{p + p'} = 15\,\text{cm}$



b) Distanța focală a sistemului se obține astfel: $f = \dfrac{f_1 f_2}{f_1 + f_2} = -30\,\text{cm}$

$\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{p_1} + \dfrac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1' = \dfrac{p_1 f}{p_1 - f} = -15\,\text{cm}$

c) Focarele coincid (vezi figura alăturată).

3. Instrumente optice

A. Probleme de nivel elementar

3.1. $C = \dfrac{1}{f} = 50\,\text{dioptrii}$.

3.2. *a)* lentile divergente; *b)* lentile convergente.

3.3. Imaginea este reală, răsturnată, mai mică decât obiectul.

3.4. Trasează razele de lumină necesare pentru a reprezenta modul în care se formează imaginea într-un aparat de fotografiat.

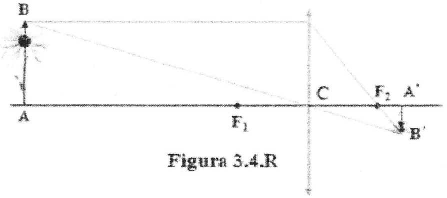


Figura 3.4.R

3.5. Trasează razele de lumină necesare pentru a reprezenta modul în care se formează imaginea într-un microscop.

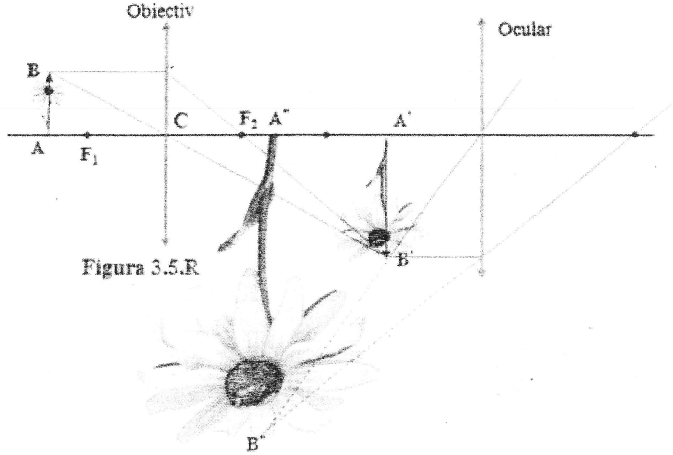


Figura 3.5.R

B. Probleme de nivel mediu

3.1. Hipermetropie.

$$C=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{p+p'}{pp'}=2\,\text{dioptrii}.$$

3.2. *a)* $f=\frac{1}{C}=5\,\text{cm}$; *b)* $C=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow$

$p'=\frac{p}{pC-1}=-20\,\text{cm}$; *c)* imaginea este virtuală, dreaptă, mai mare decât obiectul (vezi figura 3.2.R).

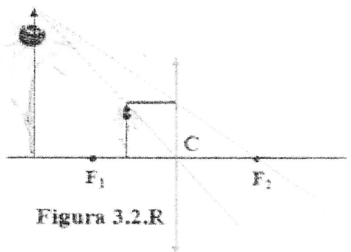


Figura 3.2.R

3.3. $C=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow p'=\frac{p}{pC-1}=-50\,\text{cm}$. Mara vede clar fără lentile de contact dacă ține cartea la distanța de 50 cm.

3.4. $C=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{p+p'}{pp'}=-6\,\text{dioptrii}.$

3.5. $t=\frac{1}{125}\,\text{s}=8\,\text{ms}.$

3.6. $y'=y\frac{f}{p}=7{,}5\,\text{mm}.$

3.7. $P=\frac{e}{f_1f_2}=2500,\ G=\frac{P}{4}=625.$

3.8. $\frac{y}{y'}=\frac{p'}{p}=25\Rightarrow p'=25p,\ \frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}=\frac{26}{25p}\Rightarrow f=\frac{25p}{26}=5\,\text{mm}.$

3.9. $\frac{1}{f}+\frac{1}{f'}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow f'=\frac{pp'f}{f(p+p')-pp'}=30\,\text{cm}.$

3.10. $\frac{1}{f_1}=\frac{1}{p_1}+\frac{1}{p_1'}\Rightarrow p_1'=\frac{p_1f_1}{p_1-f_1}=13\,\text{cm},\ p_2=f_1+f_2+e-p_1'=2{,}7\,\text{cm}.$

$\frac{1}{f_2}=\frac{1}{p_2}+\frac{1}{p_2'}\Rightarrow p_2'=\frac{f_2p_2}{p_2-f_2}=-27\,\text{cm}$. Ocularul formează o imagine virtuală.

3.11. $C=\frac{p+p'}{pp'}=20\,\text{dioptrii}.$

3.12. $\frac{y'}{y}=\frac{p'}{p}\Rightarrow p'=p\frac{y'}{y}=0{,}16\,\text{m}=16\,\text{cm}$. Distanța de la obiect la aparatul de fotografiat este considerată practic infinită. Din relația: $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}$, având în vedere că $\frac{1}{p}\to 0$, obținem: $f=p'=16\,\text{cm}$.

C. Probleme de performanță

3.1. *a)* $\frac{1}{f}=\frac{1}{p}+\frac{1}{p'}\Rightarrow\frac{1}{p'}=\frac{p-f}{pf}$ $\ p'=\frac{pf}{p-f}=3{,}52\,\text{cm}.$

b) $\frac{y'}{y}=\frac{p'}{p}\Rightarrow y'=y\frac{p'}{p}=1{,}17\,\text{cm}$, imaginea este răsturnată.

3.2. *a)* imaginea dată de obiectiv să se formeze în planul focal obiect al ocularului

$p_1' = f_1 + e = 17\,\text{cm}$; $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} \Rightarrow p_1 = \frac{f_1 p_1'}{p_1' - f_1} = \frac{17}{16}\,\text{cm}$

$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{p_1'}{p_1} = 16.$

b) $G_c = \frac{P}{4} = \frac{e}{4 f_1 f_2} \Rightarrow f_2 = \frac{e}{4 f_1 G_c}; C_2 = \frac{1}{f_2} \Rightarrow C_2 = \frac{4 f_1 G_c}{e} = 40\,\text{dioptrii}.$

3.3. *a)* $\beta_1 = \frac{p_1'}{p_1} = 19 \Rightarrow p_1 = \frac{p_1'}{19}$, $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_1'} = \frac{20}{p_1'} \Rightarrow f_1 = \frac{p_1'}{20} = 8\,\text{mm}.$

b) $p_2' = -\delta = -25\,\text{cm}, C_2 = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'} \Rightarrow p_2 = 2,27\,\text{cm},$

$\beta_2 = \frac{p_2'}{p_2} = 11; \beta = \beta_1 \beta_2 = 209.$

c) $L = p_1' + p_2 = 18,27\,\text{cm}.$

3.4. *a)* $e = d - (f_1 + f_2) = 18\,\text{cm}.$

b) $p' = d - f_2 = 19,6\,\text{cm}$, $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p = \frac{f_1 p'}{p' - f_1} = 1,74\,\text{cm}.$

c) $P = \frac{e}{f_1 f_2} = 450\,\text{m}^{-1}.$

Bibliografie

1. Creţu I. Traian, Anghelescu Dan, Vieroşanu Ioan – *Probleme de fizică pentru admiterea în învăţământul superior*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1980.
2. Constantinescu Radu, Stanciu Margareta, Negrea Marian – *Teste de fizică*, Editura Cardinal, 1997.
3. Corega Constantin, Haralamb Dorel, Talpalaru Seryl – *Fizică*, manual pentru clasa a VIII-a, Editura Teora, 2000.
4. Clark Cristopher, Nistor Mircea, Rusu Mircea – *Fizică*, manual pentru clasa a VIII-a, Editura All, 2000.
5. Druică-Zeletin I., Popescu A. – *Probleme de mecanică şi acustică*, Editura Tehnică, 1977.
6. Galbură A., Rusu O., Georgescu C., – *Probleme de fenomene termice, electricitate, optică*, Editura Gramar, 1994.
7. Gheroghiu D., Gheorghiu S., – *Probleme de fizică*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1975.
8. Iordache Ion – *Fizica pentru toţi*, Editura Ştiinţifică, 1991.
9. Hristev Anatolie – *Probleme de fizică date la examene*, Editura Tehnică, 1984.
10. Hristev Anatolie – *Probleme rezolvate de fizică – Mecanică*, Editura APH, 1996.
11. Hristev Anatolie – *Probleme rezolvate de fizică – Electricitate*, Editura APH, 1996.
12. Popovici Mircea Mihail – *Fenomene termice*, Editura Nemira, 1995.
13. Popovici Mircea Mihail – *Fizică. Fenomene optice*, Editura Teora, 1999.
14. Popescu M. I. ş.a. – *Culegere de probleme* pentru admitere în învăţământul superior, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, 1989.
15. Sfichi Romulus – *Probleme de limită şi extrem în fizică*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1990.
16. Toader I. Emil, Spulber Virgil – *555 teste de optică*, Editura Didactică şi Pedagogică, 1989.
17. Turcitu Doina ş.a. – *Fizică*, manual clasa a VIII-a, Editura Radical, 2000.
18. Uliu Florea, Măceşanu Florin – Mecanică fizică: probleme ... captivante, Editura Emia, 2007.
19. Uliu Florea, Măceşanu Florin – Fizică moleculară: probleme ... captivante, Editura Emia, 2010.
20. Uliu Florea, Măceşanu Florin – Optică geometrică: probleme ... captivante, Editura Emia, 2012.
21. Colecţia revistei de fizică *Evrika!* 1994 – 2012.

Cuprins